**И. М. СМИРНОВА, В. А. СМИРНОВ**

**Г Е О М Е Т Р И Я**

## ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

## ДЛЯ 9 КЛАССА

**ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ**

**МОСКВА**

**МНЕМОЗИНА**

**2021**

#### П Р Е Д И С Л О В И Е

 Предлагаемые дидактические материалы по геометрии предназначены для работы в 9 классе по учебнику: Смирнова И. М., Смирнов В. А. Геометрия: учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений (М.: Мнемозина, 2021).

 В учебное пособие включены математические диктанты, самостоятельные и контрольные работы, тесты и задачи с практическим содержанием.

*Диктанты* представлены в двух вариантах ко всем параграфам названного учебника. Это задания с пропусками, которые заполняются учениками. Как правило, математический диктант проводится в начале урока в течение небольшого промежутка времени (оптимально 7-8 минут). Он хорошо активизирует учебную деятельность школьников, способствует систематизации, обобщению знаний учащихся, повторению теоретического материала.

Предлагаемые *самостоятельные работы* так же как и диктанты составлены по каждому параграфу учебника. Предусмотрено два равноценных варианта. В каждом из них по 6 заданий, которые распределены по трём уровням: первые два задания легче (они отмечены кружком), вторые два – это задания базового, стандартного уровня и последние два – повышенного уровня трудности (помечены звёздочкой). В самостоятельные работы включены разнообразные задачи на доказательство, вычисление и построение. Они помогут лучше освоить содержание обучения геометрии, сформировать необходимые представления, выработать практические навыки, развить логическое мышление, проверить качество освоения материала.

*Контрольные работы* охватывают все основные разделы курса геометрии 9 класса, их пять, в соответствии с программой изучения. Каждая контрольная работа даётся в двух равноценных вариантах. Последнее задание, отмеченное звёздочкой, относится к повышенному уровню трудности.

Предлагаемые *тесты* посвящены основным темам курса геометрии 9 класса. Их всего четыре по 20 заданий в каждом. Они предназначены для проверки успешности усвоения школьниками учебного материала. Тесты не содержат громоздких вычислений и охватывают, по возможности, все основные понятия изученной темы. К каждому тестовому заданию предлагается несколько (как правило, четыре) вариантов ответов, из которых ученик должен выбрать один, верный, по его мнению.

В пособие включены, так называемые, *задачи с практическим содержанием*. Основная их дидактическая функция заключается в том, чтобы продемонстрировать учащимся непосредственную связь школьной геометрии с реальной жизнью. Это очень важный компонент обучения, который помогает учащимся лучше осознать значение геометрии и обеспечивает действенность геометрических знаний. Помимо сказанного, серьёзным аспектом решения таких задач является формирование у школьников понятия математической модели: сначала перевод практической ситуации на язык геометрии, геометрическое решение и интерпретация полученного решения, т. е. возвращение к практической стороне исходной задачи. Именно так решаются настоящие прикладные задачи на производстве, в технике, науке, сельском хозяйстве и других областях.

Завершается пособие ответами к самостоятельным и контрольным работам, представленным задачам и тестам.

#### § 1. ПРОГРАММА ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

**Вариант I** программы – 2 часа в неделю, всего 68 часов за год.

**Вариант II** программы составлен для классов с углублённым изучением математики, 3 часа в неделю, всего 102 часа за год.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Параграф учебника | Содержание | Количество часов |
| I  | III  |
|  | I. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ | 19 | 25 |
| 123456\*78\*9 | Центральная симметрия Поворот. Симметрия *n–*го порядка Осевая симметрия Параллельный перенос Движение. Равенство фигур Паркеты Подобие фигур. Гомотетия Золотое сечениеПлощади подобных фигурКонтрольная работа № 1 | 33332-2-21 | 3333332221 |
|  | II. РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ | 9 | 9 |
| 1011 | Теорема косинусов Теорема синусов Контрольная работа № 2 | 441 | 441 |
|  | III. ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ | 8 | 16 |
| 1213\*1415\* | Длина окружности Циклоидальные кривые Площадь круга и его частей Изопериметрическая задача Контрольная работа № 3 | 3-4-1 | 34441 |
|  | IV. КООРДИНАТЫ И ВЕКТОРЫ | 22 | 42 |
| 1617181920212223\*24\*25\*26\* | Прямоугольная система координат Расстояние между точками. Уравнение окружности  Векторы. Сложение векторов Умножение вектора на число Координаты вектора Скалярное произведение векторов Уравнение прямой  Контрольная работа № 4 Аналитическое задание фигур на плоскости Задачи оптимизации Тригонометрические функции произвольного углаПолярные координаты Контрольная работа № 5\* | 33333331---- | 4433334144441 |
|  | Обобщающее повторение | 10 | 10 |

**§ 2. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**

**Вариант I (2 ч в неделю, всего 68 ч)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Основное содержание по темам** | **Характеристика основных видов деятельности ученика****(на уровне учебных действий)** |
| **I. Преобразования (19 ч)** |
| Центральная симметрия. Центрально-симметричные фигуры. Поворот. Симметрия *n*-го порядка. Осевая симметрия. Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос. Понятие движения и его свойства. Равенство фигур.Подобие фигур. Гомотетия. | Формулировать определение и иллюстрировать понятие: центральной симметрии, поворота, симметрии *n*-го порядка, осевой симметрии, параллельного переноса.Приводить примеры симметричных фигур.Изображать фигуры, симметричные данным.Решать задачи на нахождение элементов симметрии и установление равенства фигур.Формулировать определения: движения, равенства фигур. Изображать фигуры, равные данным.Формулировать определения подобия и гомотетии.Изображать фигуры, подобные и гомотетичные данным. |
| **II. Решение треугольников (9 ч)** |
| Формулировать и доказывать теоремы косинусов и синусов. | Формулировать и доказывать теоремы косинусов и синусов.Решать задачи на нахождение сторон и углов треугольника. |
| **III. Окружность и круг (8 ч)** |
| Длина окружности. Число . Длина дуги окружности.Площади круга, сектора и сегмента. | Формулировать определения длины окружности. Указывать приближённые значения числа .Устанавливать соответствие между величиной центрального угла и длиной дуги окружности.Решать задачи на нахождение длины дуги окружности.Выводить формулы площадей круга, сектора и сегмента.Решать задачи на нахождение площадей фигур, связанных с кругом. |
| **IV. Координаты и векторы (22 ч)** |
| Прямоугольная система координат. Исторические сведения. Координаты середины отрезка.Расстояние между точками. Уравнение окружности. Векторы. Равенство векторов. Длина вектора. Коллинеарные векторы. Сложение и вычитание векторов.Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.Скалярное произведение векторов.Уравнение прямой. | Формулировать определение и иллюстрировать понятие прямоугольной системы координат.Приводить исторические сведения о жизни и деятельности Р. Декарта.Выводить и использовать формулы координат середины отрезка, расстояния между точками, уравнений прямой и окружности.Формулировать определение и иллюстрировать понятие: вектора, длины (модуля) вектора, равных и коллинеарных векторов, суммы и разности векторов, умножения вектора на число.Производить операции: сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число. Раскладывать векторы по двум неколлинеарным векторам. Находить скалярное произведение векторов. |
| **Обобщающее повторение (10 ч)** |

**Вариант II (3 ч в неделю, всего 102 ч)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Основное содержание по темам** | **Характеристика основных видов деятельности ученика****(на уровне учебных действий)** |
| **I. Преобразования (25 ч)** |
| Центральная симметрия. Центрально-симметричные фигуры. Поворот. Симметрия *n*-го порядка. Осевая симметрия. Фигуры, симметричные относительно некоторой оси. Параллельный перенос. Понятие движения и его свойства. Равенство фигур.Паркеты\*.Подобие фигур. Гомотетия.Золотое сечение\*. | Формулировать определение и иллюстрировать понятие: центральной симметрии, поворота, симметрии *n*-го порядка, осевой симметрии, параллельного переноса.Приводить примеры симметричных фигур.Изображать фигуры, симметричные данным.Решать задачи на нахождение элементов симметрии и установление равенства фигур.Формулировать определения: движения, равенства фигур. Изображать фигуры, равные данным.Формулировать определения: паркета из многоугольников, правильного паркета\*.Изображать паркеты\*.Формулировать определения подобия и гомотетии.Изображать фигуры, подобные и гомотетичные данным.Формулировать определение золотого сечения\*. Приводить примеры золотого сечения\*.Решать задачи с использованием золотого сечения\*.Выполнять проекты на темы: «Паркеты», «Золотое сечение»\*. |
| **II. Решение треугольников (9 ч)** |
| Формулировать и доказывать теоремы косинусов и синусов. | Формулировать и доказывать теоремы косинусов и синусов.Решать задачи на нахождение сторон и углов треугольника. |
| **III. Окружность и круг (16 ч)** |
| Длина окружности. Число . Длина дуги окружности.Циклоидальные кривые\*Площади круга, сектора и сегмента.Изопериметрическая задача\*. | Формулировать определения длины окружности. Указывать приближённые значения числа .Устанавливать соответствие между величиной центрального угла и длиной дуги окружности.Решать задачи на нахождение длины дуги окружности.Изображать циклоидальные кривые\*.Выводить формулы площадей круга, сектора и сегмента.Решать задачи на нахождение площадей фигур, связанных с кругом.Решать изопериметрические задачи\*.Выполнять проекты на темы: «Циклоидальные кривые», «Изопериметрические задачи»\*. |
| **IV. Координаты и векторы (42 ч)** |
| Прямоугольная система координат. Исторические сведения. Координаты середины отрезка.Расстояние между точками. Уравнение окружности. Векторы. Равенство векторов. Длина вектора. Коллинеарные векторы. Сложение и вычитание векторов.Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.Скалярное произведение векторов.Уравнение прямой.Аналитическое задание фигур на плоскости\*.Задачи оптимизации\*.Тригонометрические функции произвольного угла\*.Полярные координаты\*. | Формулировать определение и иллюстрировать понятие прямоугольной системы координат.Приводить исторические сведения о жизни и деятельности Р. Декарта.Выводить и использовать формулы координат середины отрезка, расстояния между точками, уравнений прямой и окружности.Формулировать определение и иллюстрировать понятие: вектора, длины (модуля) вектора, равных и коллинеарных векторов, суммы и разности векторов, умножения вектора на число.Производить операции: сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число. Раскладывать векторы по двум неколлинеарным векторам. Находить скалярное произведение векторов.Решать задачи на аналитическое задание фигур на плоскости\*.Находить тригонометрические функции произвольных углов\*.Формулировать определение и решать задачи, связанные с полярными координатами\*.Выполнять проекты на темы: «Аналитическое задание фигур на плоскости», «Задачи оптимизации», «Полярные координаты»\*. |
| **Обобщающее повторение (10 ч)** |

**§ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИКТАНТЫ**

***1. Центральная симметрия***

# Вариант 1

1. Две точки *A* и *A*’ являются симметричными относительно точки *O*, если…

2. Центром симметрии называется …

3. Фигура *F* является центрально симметричной относительно точки *O*, если …

4. Первое свойство центральной симметрии заключается в том, что …

 5. При центральной симметрии прямая, проходящая через центр симметрии, переводится в …

6. Примером не центрально симметричной фигуры является …

# Вариант 2

1. Центральной симметрией называется …

2. Две фигуры *F* и *F*’ являются центрально-симметричными, если …

3. Центром симметрии фигуры называется …

4. Второе свойство центральной симметрии заключается в том, что …

 5. При центральной симметрии прямая, не проходящая через центр симметрии, переводится в …

6. Примером центрально симметричной фигуры является …

***2. Поворот. Симметрия n-порядка***

# Вариант 1

1. Поворотом вокруг точки называется …

2. Фигура *F*’ получается поворотом из фигуры *F* вокруг точки *O*, если …

3. Второе свойство поворота заключается в том, что …

4. Центральная симметрия является поворотом на …

5. Центр окружности, описанной около квадрата, является центром симметрии *n*-го порядка, где *n* = …

6. Примером фигуры, которая при повороте на любой угол  переходит в себя, является …

# Вариант 2

1. Точка *A*’ плоскости получается из точки *A* поворотом вокруг точки *O* на угол , если …

2. Точка *O* является центром симметрии *n*-го порядка фигуры *F*, если …

3. Первое свойство поворота заключается в том, что …

4. Центр симметрии является центром симметрии *n*-го порядка, где *n*= …

5. Центр окружности, описанной около равностороннего треугольника, является центром симметрии *n*-го порядка, где *n* = …

6. Поворот на угол () равносилен повороту на …

***3. Осевая симметрия***

# Вариант 1

1. Осевой симметрией называется …

2. Две фигуры называются симметричными относительно прямой, если …

3. Фигура *F* является симметричной относительно прямой *k*, если …

4. Второе свойство осевой симметрии заключается в том, что…

5. Осевая симметрия переводит в себя точки, которые …

6. Примером симметричной относительно оси фигуры является …

# Вариант 2

1. Две точки *A* и *A*’ являются симметричными относительно прямой *a*, если…

2. Осью симметрии называется …

3. Осью симметрии фигуры называется …

4. Первое свойство осевой симметрии заключается в том, что…

5. Осевая симметрия переводит в себя прямые, которые …

6. Примером несимметричной относительно оси фигуры является …

***4. Параллельный перенос***

# Вариант 1

1. Параллельный перенос характеризуется …

2. Вектором называется …

3. Два вектора называются противоположно направленными, если …

4. Модулем вектора называется …

5. Первое свойство параллельного переноса заключается в том, что…

6. Фигура *F*’ получена параллельным переносом из фигуры *F*, если …

# Вариант 2

1. Параллельным переносом называется …

2. Вектор обозначается следующим образом …

3. Два вектора называются равными, если …

4. Два вектора называются одинаково направленными, если …

5. Второе свойство параллельного переноса заключается в том, что…

6. Длиной вектора называется…

***5. Движение. Равенство фигур***

# Вариант 1

1. Композицией движений называется …

2. Примерами движений являются …

3. Движение переводит прямые в …

4. Две фигуры называются равными, если …

5. Теорема, которая устанавливает связь между понятиями равенства фигур и равенства треугольников, заключается в том, что …

# Вариант 2

1. Движением называется …

2. Композицией движений является …

3. Движение переводит лучи в …

4. Два треугольника равны в том и только том случае, если …

5. При движении полуплоскость переходит в …

***6\*. Паркеты***

# Вариант 1

1. Паркетом называется …

2. Из одноименных правильных многоугольников можно составить … паркетов. (Количество.)

3. В каждой вершине правильного паркета сходятся 3 квадрата и …

4. В каждой вершине правильного паркета сходятся квадрат, восьмиугольник и …

5. В каждой вершине правильного паркета могут сходиться 2 шестиугольника и … или …

# Вариант 2

1. Правильным паркетом называется …

2. Из разноименных правильных многоугольников можно составить … паркетов. (Количество.)

3. В каждой вершине правильного паркета сходятся 5 треугольников и …

4. В каждой вершине правильного паркета сходятся треугольник, двенадцатиугольник и …

5. В каждой вершине правильного паркета могут сходиться шестиугольник, квадрат и … или …

***7. Подобие фигур. Гомотетия***

Вариант 1

1. Подобием называется …

2. Коэффициентом гомотетии называется …

3. Центром гомотетии называется …

4. Подобие переводит лучи в …

5. Гомотетия является подобием с коэффициентом …

6. Композиция двух преобразований подобия является …

Вариант 2

1. Гомотетией называется …

2. Коэффициентом подобия называется …

3. Две фигуры называются подобными, если …

4. Подобие переводит отрезки в …

5. Подобие сохраняет …

6. Фигура *F* подобна фигуре *F*’ с коэффициентом подобия *k*, тогда фигура *F*’ подобна фигуре *F* с коэффициентом подобия …

***8\*. Золотое сечение***

Вариант 1

1. В Древней Греции гармоническим отношением называлось …

2. Термин «*Sectio aurea*» в переводе означает …

3. Золотое отношение единичного отрезка равно приблизительно …

4. Золотым прямоугольником называется …

5. Вращающиеся квадраты получаются, если …

6. В золотом остроугольном треугольнике углы равны …

Вариант 2

1. Золотым сечением называется …

2. Термин «*Sectio divina*» в переводе означает …

3. Золотое сечение обозначается …

4. Золотым треугольником называется …

5. Золотая спираль – это кривая, которая …

6. В золотом тупоугольном треугольнике углы равны …

***9. Площади подобных фигур***

# Вариант 1

1. Два треугольника называются подобными, если … .

2. Подобием называется преобразование плоскости, при котором … .

3. Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то … .

4. Если три стороны одного треугольника … то такие треугольники подобны.

5. Отношение площадей подобных фигур равно … .

6. Площади подобных многоугольников относятся как 5 : 9, их периметры относятся как … .

# Вариант 2

1. Два многоугольника называются подобными, если … .

2. Коэффициентом подобия называется … .

3. Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен углу другого прямоугольного треугольника, то … .

4. Если две стороны одного треугольника … двум сторонам другого треугольника и углы между ними равны, то … .

5. Площади подобных многоугольников относятся как … .

6. Периметры подобных многоугольников относятся как 4 : 3, их площади относятся как … .

***10. Теорема косинусов***

Вариант 1

1. Обобщением теоремы Пифагора является теорема, которая заключается в том, что …

2. Косинус угла отрицателен, когда …

3. Если катеты прямоугольного треугольника равны 7 см и 16 см, то тангенс большего острого угла равен …

4. В треугольнике *ABC* *C*=30, *AC*=4 см, *BC*=3 см, тогда *AB*= …

5. В треугольнике *LMN* *M*=120, *ML*=2, *MN*=3, тогда *LN*= …

Вариант 2

1. Теорема косинусов формулируется следующим образом …

2. Теорема косинусов является обобщением теоремы Пифагора, потому что …

3. Если катеты прямоугольного треугольника равны 12 см и 5 см, то котангенс меньшего острого угла равен …

4. В треугольнике *KLM* *K*=60, *KL*=5 см, *KM*=3 см, тогда *ML*= …

5. В треугольнике *DEF* *E*=150, *DE*=1, *FE*=9, тогда *DF*= …

***11. Теорема синусов***

Вариант 1

1. Теорема косинусов заключается в том, что …

2. Теорема синусов позволяет по известным углам и одной стороне треугольника найти …

3. В треугольнике *ABC* *B*=120, *AC*=3 см, тогда радиус описанной окружности равен …

4. Стороны треугольника относятся как 1:2:2, тогда синусы его углов относятся как …

5. Тангенс одного из углов прямоугольного треугольника равен , прилежащий к нему катет равен 15 см, тогда другой катет равен …

Вариант 2

1. Теорема синусов заключается в том, что …

2. С помощью теоремы косинусов решается практическая задача о нахождении …

3. По теореме синусов радиус окружности, описанной около треугольника, равен …

4. Синусы углов треугольника относятся как 1: 2: , тогда его стороны относятся как …

5. Котангенс одного из углов прямоугольного треугольника равен , прилежащий к нему катет равен 12 см, тогда другой катет равен …

***12. Длина окружности***

Вариант 1

1. Периметр правильного *n*-угольника, вписанного в окружность радиуса *R*, выражается формулой …

2. Отношение длин двух окружностей равно …

3. Длина окружности диаметра *D* выражается формулой …

4. Радианной мерой угла называется …

5. Длина окружности, описанной около единичного квадрата, равна …

Вариант 2

1. Периметры правильных *n*-угольников относятся как …

2. Для приближенного вычисления числа поступают следующим образом …

3. Длина окружности радиуса *R* выражается формулой …

4. Радианом называется …

5. Длина окружности, описанной около прямоугольника со сторонами 3 см и 4 см, равна …

***13\*. Циклоидальные кривые***

Вариант 1

1. Кинематический способ задания кривой заключается в том, что …

2. Циклоидой называется …

3. Свойство циклоиды, которое называется «Ледяная гора», заключается в том, что …

4. Астроидой называется …

5. Первым ученым, который изучал циклоиду, был …

Вариант 2

1. Циклоидальная кривая получается как …

2. Циклоида в переводе с греческого языка означает …

3. Свойство циклоиды, которое называется «Часы с маятником», заключается в том, что …

4. Кардиоидой называется …

5. Среди ученых, которые занимались изучением циклоиды, были …

***14. Площадь круга и его частей***

# Вариант 1

1. Площадью круга считают число, к которому … .

2. Длина окружности радиуса *R* равна … .

3. Площадь круга диаметра *D* равна … .

4. Круговым сектором называется … .

5. Площадь сегмента, соответствующего сектору с центральным углом круга радиуса *R*, равна … .

6. Площадь сектора с ограничивающей его дугой длины *l* круга радиуса *R*, равна … .

# Вариант 2

1. Длиной окружности считают число, к которому … .

2. Длина окружности диаметра *D* равна … .

3. Площадь круга радиуса *R* равна … .

4. Круговым сегментом называется … .

5. Площадь сектора с центральным углом круга радиуса *R* равна … .

6. Длина дуги окружности радиуса *R* вычисляется по формуле … .

***15\*. Изопериметрическая задача***

# Вариант 1

1. Задачей Дидоны является задача … .

2. Изопериметрическими фигурами называются … .

3. Среди всех замкнутых кривых данной длины наибольшую площадь … .

4. Максимальная фигура ограничена … .

5. Периметр прямоугольника равен 12 см, тогда его площадь не превосходит … .

# Вариант 2

1. Изопериметрическая задача заключается в … .

2. Периметром фигуры называется … .

3. Максимальной называется фигура … .

4. Максимальная фигура является … .

5. Периметр прямоугольника равен 36 см, тогда его площадь не превосходит … .

***16. Прямоугольная система координат***

# Вариант 1

1. Координатной осью называется … .

2. Началом координат называется … .

3. Прямоугольной системой координат на плоскости называется … .

4. Осью ординат называется … .

5. Абсциссой точки называется … .

6. Координаты точки на плоскости называются декартовыми, так как … .

# Вариант 2

1. Координатной прямой называется … .

2. Координатой точки на координатной прямой называется … .

3. Координатной плоскостью называется … .

4. Осью абсцисс называется … .

5. Ординатой точки называется … .

6. Система координат на плоскости называется декартовой, потому что … .

***17. Расстояние между точками. Уравнение окружности***

# Вариант 1

1. Середина отрезка *MN*, где *M*(0, 1), *N*(-2, 8), имеет координаты … .

2. Расстояние между точками *A*1(*x*1, *y*1), *A*2(*x*2, *y*2) выражается формулой … .

3. Окружность задается … .

4. Расстояние между точками *E*(5, 0) и *F*(-1, 0) равно … .

5. Окружность, заданная уравнением *x*2 + *y*2 – 2*x* – 3 = 0, имеет радиус … .

6. Центр окружности, заданной уравнением *x*2 + *y*2 + 2*x* – 2*y* – 8 = 0, имеет координаты … .

# Вариант 2

1. Середина отрезка *KL*, где *K*(5, -6), *L*(-2, 0), имеет координаты … .

2. Расстояние между точками *B*1(*b*1), *B*2(*b*2) выражается формулой … .

3. Круг задается … .

4. Расстояние между точками *C*(0, -5) и *D*(0, 2) равно … .

5. Центр окружности, заданной уравнением *x*2 + *y*2 + 4*x* – 4 = 0, имеет координаты … .

6. Окружность, заданная уравнением *x*2 + *y*2 + 6*y* – 4*x* – 12 = 0, имеет радиус … .

***18. Векторы. Сложение векторов***

# Вариант 1

1. Вектором называется … .

2. Вектор с началом в точке *H* и концом в точке *P* обозначается … .

3. Модулем вектора называется … .

4. Длина вектора обозначается … .

5. Два вектора называются равными, если … .

6. Сочетательный закон сложения векторов заключается в том, что … .

# Вариант 2

1. Отрезок, в котором указаны начало и конец, называется … .

2. Вектор с началом в точке *G* и концом в точке *Q* изображается … .

3. Модуль вектора обозначается … .

4. Длиной вектора называется … .

5. Суммой двух векторов и называется … .

6. Переместительный закон сложения векторов заключается в том, что … .

***19. Умножение вектора на число***

# Вариант 1

1. Произведением вектора на число *t* называется … .

2. Разностью векторов и называется … .

3. Первый распределительный закон умножения вектора на число заключается в том, что … .

4. Вершины треугольника задают … (количество) векторов.

 5. В треугольнике *ABC* с медианой *AM* сумма векторов  и  равна … .

# Вариант 2

1. Вектором, противоположным вектору , называется … .

2. Сочетательный закон умножения вектора на число заключается в том, что … .

3. Второй распределительный закон умножения вектора на число заключается в том, что … .

4. Вершины квадрата задают … (количество) векторов.

 5. В равностороннем треугольнике *ABC* с центром *O* сумма векторов и равна … .

***20. Координаты вектора***

# Вариант 1

1. Координатами вектора называется … .

2. Теорема о разложении вектора по координатным векторам заключается в том, что … .

3. При сложении двух векторов их координаты … .

4. Длина вектора выражается … .

5. Вектор имеет координаты (-1, 2), *K*(0, 5), тогда точка *L* имеет координаты … .

6. Вектор имеет координаты (5, 6), *D*(-3, 0), тогда точка *C* имеет координаты … .

# Вариант 2

1. Координатными векторами называются … .

2. Вектор имеет координаты (*x*, *y*) тогда и только тогда … .

3. При умножении вектора на число его … .

4. Длина вектора , где *A*1(*x*1, *y*1), *A*2(*x*2, *y*2) выражается … .

5. Вектор имеет координаты (0, -4), *N*(-1, 2), тогда точка *M* имеет координаты … .

6. Вектор имеет координаты (2, 0), *E*(0, -4), тогда точка *F* имеет координаты … .

***21. Скалярное произведение векторов***

# Вариант 1

1. Если хотя бы один из двух векторов нулевой, то их скалярное произведение считается … .

2. Скалярным квадратом называется … .

3. Скалярное произведение двух ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда … .

4. Скалярное произведение векторов выражается через их координаты формулой … .

5. Скалярное произведение векторов и , угол между которыми равен 60, составляет … .

6. Вектор, перпендикулярный вектору имеет, например, координаты … .

# Вариант 2

1. Скалярным произведением двух ненулевых векторов называется … .

2. Скалярный квадрат вектора обозначается … .

3. Скалярное произведение двух векторов и, где *AC* и *BC* – катеты прямоугольного треугольника, равно … .

4. Физический смысл скалярного произведения двух векторов заключается в том, что … .

5. Скалярное произведение векторов и равно … .

6. Скалярное произведение векторов  и , угол между которыми равен 30 и || = 3, || = 4, равно … .

***22. Уравнение прямой***

# Вариант 1

1. Прямая на плоскости задается уравнением … .

2. Угловой коэффициент прямой равен … .

3. Для прямой, заданной уравнением *y = kx + l* вектор нормали имеет координаты … .

4. Если две прямые на плоскости, заданные уравнениями *a*1*x* + *b*1*y + c*1 = 0 и *a*2*x* + *b*2*y + c*2 = 0, пересекаются, то угол  между ними равен … .

5. Два уравнения *a*1*x* + *b*1*y + c*1 = 0 и *a*2*x* + *b*2*y + c*2 = 0 задают параллельные прямые, если … .

6. Две прямые перпендикулярны, если … .

# Вариант 2

1. Вектором нормали к прямой называется … .

2. Угловым коэффициентом прямой называется … .

3. Для прямой, заданной уравнением *ax + by + c =* 0 вектор нормали имеет координаты … .

4. Две прямые на плоскости параллельны, если их векторы нормали … .

5. Два уравнения *a*1*x* + *b*1*y + c*1 = 0 и *a*2*x* + *b*2*y + c*2 = 0 задают одну и ту же прямую, если … .

6. Две прямые пересекаются, если … .

***23\*. Аналитическое задание фигур на плоскости***

# Вариант 1

1. Точки *M* плоскости, расположенные внутри окружности (*O*; *R*) задаются … .

2. Полуплоскость задается … .

3. Система неравенств задает … .

4. Уравнение параболы имеет вид … .

5. Эллипсом называется … .

6. Фокусами гиперболы называются … .

# Вариант 2

1. Точки *K*  плоскости, расположенные вне окружности (*O*; *R*) задаются … .

2. Чтобы определить, какой полуплоскости относительно прямой принадлежит точка, нужно … .

3. Система неравенств задает … .

4. Параболой называется … .

5. Уравнение эллипса имеет вид … .

6. Асимптотами гиперболы называются … .

***24\*. Задачи оптимизации***

# Вариант 1

1. Среди задач оптимизации можно выделить … .

2. Математическая модель задачи – это перевод … .

3. Основополагающим свойством в задачах оптимизации является то, что … .

4. На многоугольнике наименьшее значение линейная функция принимает в … .

5. Геометрической интерпретацией задачи оптимизации является … .

# Вариант 2

1. Транспортная задача заключается в том, чтобы … .

2. Метод решения задач оптимизации был разработан … .

3. Многоугольник ограничений – это … .

4. На многоугольнике наибольшее значение линейная функция принимает в … .

5. Плоская фигура, получающаяся при решении задачи оптимизации, является … .

***25. Тригонометрические функции произвольного угла***

Вариант 1

1. Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется … .

2. Косинусом угла ( называется … .

3. Тангенсом угла называется … .

4. … .

5. … .

6. … .

Вариант 2

1. Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется … .

2. Синусом угла ( называется … .

3. Котангенсом угла называется … .

4. … .

5. … .

6. … .

***26\*. Полярные координаты***

Вариант 1

1. Полярной осью называется … .

2. Полярным углом называется … .

3. Декартовы координаты точки на плоскости выражаются через ее полярные координаты по формулам … .

4. Спираль Архимеда – кривая, задаваемая в полярных координатах уравнением … .

5. Уравнение *r =* sin 5 задает … .

Вариант 2

1. Полюсом называется … .

2. Полярным радиусом называется … .

3. Полярные координаты точки на плоскости выражаются через ее декартовы координаты по формулам … .

4. Окружность в полярных координатах задается уравнением … .

5. Уравнение *r =* sin 6 задает … .

**§ 4.** **САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

***1. Центральная симметрия***

Вариант 1

1. Найдите центр симметрии данного отрезка *MN*.

2. Приведите примеры букв русского алфавита, имеющих центр симметрии.

3. Постройте треугольник, центрально симметричный данному треугольнику относительно его ортоцентра.

4. Докажите, что треугольник, центрально симметричный данному треугольнику относительно середины его стороны, вместе с ним образуют параллелограмм.

5\*. На рисунке 13 *OA = O*1*B*, *M* – середина отрезка *OO*1. Найдите центр симметрии данной фигуры и докажите равенство отрезков *CD* и *EF*.

6\*. Может ли фигура иметь более одного центра симметрии? Приведите примеры.

 

Вариант 2

1. Найдите центр симметрии точек *K* и *L*.

2. Приведите примеры букв латинского алфавита, имеющих центр симметрии.

3. Постройте треугольник, центрально симметричный данному треугольнику относительно его центроида.

4. Докажите, что четыре попарно центрально симметричные точки относительно центра симметрии параллелограмма, являются вершинами параллелограмма.

5\*. На рисунке 2 точка *M* – середина отрезка *OO*1. Найдите центр симметрии данной фигуры. Докажите равенство отрезков *AR* и *CD* и определите вид четырёхугольника *AKDL*.

6\*. Может ли многоугольник с нечетным числом сторон иметь центр симметрии? Приведите примеры.

***2. Поворот. Симметрия n-го порядка***

Вариант 1

1. Найдите фигуру, в которую перейдёт данная окружность при повороте на 45 вокруг своего центра.

2. Найдите фигуру, которая имеет центр симметрии 3-го порядка.

3. Постройте фигуру, в которую перейдёт квадрат *ABCD* при повороте на -90 вокруг вершины *A*. Какой фигурой является пересечение (общая часть) квадрата и полученной фигуры?

4. Найдите угол, на который нужно повернуть прямую вокруг не принадлежащей ей точки, чтобы получить параллельную ей прямую?

5\*. Дан правильный шестиугольник, сторона которого равна 6 см. Каждая его сторона повёрнута вокруг соответствующей вершины на 30. Найдите сторону правильного шестиугольника, образованного пересечением повернутых сторон.

6\*. Дан правильный пятиугольник. Каждая вершина соединена отрезком с серединой соответствующей стороны так, как показано на рисунке 3. Докажите, что точки пересечения проведённых отрезков являются вершинами правильного пятиугольника.

 

Вариант 2

1. Найдите фигуру, в которую перейдёт данная окружность при повороте на 90 вокруг своего центра.

2. Найдите фигуру, которая имеет центр симметрии 4-го порядка.

3. Постройте фигуру, в которую перейдёт квадрат *ABCD* при повороте на -45 вокруг точки пересечения диагоналей. Какой фигурой является пересечение (общая часть) квадрата и полученной фигуры?

4. Найдите угол, на который нужно повернуть лист бумаги, на котором нарисована фигура *F* и центрально симметричная ей фигура *F*’, чтобы они поменялись местами (т. е. чтобы *F* заняла место *F*’).

5\*. Полуокружность радиуса *R* повёрнута вокруг произвольной своей точки на угол 90. Постройте образовавшуюся фигуру.

6\*. Дан правильный шестиугольник. Три его последовательные вершины соединены отрезками с серединами соответствующих сторон так, как показано на рисунке 4. Докажите, что точки пересечения проведенных отрезков являются вершинами равностороннего треугольника.

***3. Осевая симметрия***

Вариант 1

1. Постройте ось симметрии, зная положение двух симметричных относительно нее точек *M* и *M*’.

2. Приведите пример цифры, имеющей ось симметрии. Сколько у нее осей симметрии?

3. Постройте оси симметрии: а) отрезка; б) равнобедренного треугольника; в) прямой. Сколько их?

4. На рисунке 5 *a* и *b* – оси симметрии четырёхугольника *ABCD*. Докажите, что он является прямоугольником.

5\*. Отрезок *EF* симметричен отрезку *E*’*F*’ относительно прямой *l* и не пересекает её. Прямая *k* перпендикулярна *l* и пересекает данные отрезки соответственно в точках *M* и *M*’. Докажите, что точки *M* и *M*’ симметричны относительно прямой *l*.

6\*. Точки *G* и *H* расположены по одну сторону от прямой *x*, которой принадлежит точка *P*. Известно, что прямые *PG* и *PH* образуют равные углы с прямой *x*. Докажите, что ломаная *GPH* является кратчайшей среди ломаных *GXH*, где точка *X* принадлежит прямой *x*.

 

Вариант 2

1. Постройте фигуру, симметричную отрезку *KL* относительно прямой *a*, которая проходит через точку *K* и перпендикулярна прямой *KL*.

2. Приведите пример буквы русского алфавита, имеющую ось симметрии. Сколько у неё осей симметрии?

3. Постройте оси симметрии: а) угла; б) равностороннего треугольника; в) полосы между двумя параллельными прямыми. Сколько их?

4. На рисунке 6 *c* и *d* – оси симметрии четырёхугольника *CDEF*. Докажите, что он является ромбом.

5\*. Отрезок *GH* симметричен отрезку *G*’*H*’ относительно прямой *k* и пересекает её. Прямая *l* перпендикулярна *k* и пересекает данные отрезки соответственно в точках *P* и *P*’. Докажите, что точки *P*  и *P*’ симметричны относительно прямой *k*.

6\*. Угол *MON* симметричен углу *M*’*O*’*N*’ относительно прямой *l*. Докажите, что углы равны.

***4. Параллельный перенос***

Вариант 1

1. Даны три точки *A*, *B*, *C*, не принадлежащие одной прямой. Постройте точку *A*’, которая получается из точки *A* параллельным переносом на вектор .

2. Запишите все векторы, которые определяют вершины ромба *DEFG*. Сколько всего векторов получилось?

3. Изобразите геометрическую ситуацию, при которой параллельный перенос переводит: а) один отрезок в другой; б) одну прямую в другую. Задайте соответствующий вектор.

4. Постройте фигуру, которая получается при параллельном переносе трапеции *ABCD* (*BC||AD*) на вектор: а) ; б) .

5\*. Треугольник *K*’*L*’*M*’ получен параллельным переносом из треугольника *KLM*. Докажите, что при этом биссектрисы треугольника *KLM* переходят в соответствующие биссектрисы треугольника *K*’*L*’*M*’.

6\*. Используя параллельный перенос, докажите свойства средней линии треугольника.

Вариант 2

1. Даны три точки *D*, *E*, *F*, принадлежащие одной прямой. Постройте точку *E*’, которая получается из точки *E* параллельным переносом на вектор .

2. Запишите все векторы, которые определяют вершины квадрата *KLMN*. Сколько всего векторов получилось?

3. Изобразите геометрическую ситуацию, при которой параллельный перенос переводит: а) одну окружность в другую; б) один луч в другой. Задайте соответствующий вектор.

4. Постройте фигуру, которая получается при параллельном переносе трапеции *ABCD* (*AB||DC*, *D =* 900) на вектор: а) ; б) .

5\*. Треугольник *R*’*S*’*T*’ получен параллельным переносом из треугольника *RST*. Докажите, что при этом высоты треугольника *RST* переходят в соответствующие высоты треугольника *R*’*S*’*T*’.

6\*. Используя параллельный перенос, докажите свойства средней линии трапеции.

***5. Движение. Равенство фигур***

Вариант 1

1. Назовите движение, при котором луч переходит в себя.

2. Назовите движения, при которых каждая прямая переходит в параллельную ей прямую.

3. С помощью каких движений квадрат можно перевести на себя? Сделайте соответствующие рисунки.

4. Докажите, что отрезок прямой, проходящей через точку пересечения диагоналей параллелограмма, с концами на его сторонах делится в ней пополам и разбивает параллелограмм на две равные фигуры.

5\*. На прямой *l* найдите точку *X*, чтобы сумма расстояний от неё до точек *M* и *N*, принадлежащих одной полуплоскости относительно *l*, была наименьшей.

6\*. В данном четырёхугольнике через середины сторон проведены прямые, параллельные противоположным сторонам. Докажите, что полученный четырёхугольник равен данному.

Вариант 2

1. Назовите движение, при котором прямая переходит в себя.

2. Некоторое движение переводит любую прямую в ей параллельную. Верно ли утверждение о том, что это движение является параллельным переносом?

3. С помощью каких движений равносторонний треугольник можно перевести на себя? Сделайте соответствующие рисунки.

4. Докажите, что в правильном многоугольнике с чётным числом сторон каждые две стороны параллельны.

5\*. Две точки *K* и *L* расположены по разные стороны от прямой *m*. Найдите на *m* точку *X* такую, чтобы биссектриса угла *KXL* лежала на *m*. Рассмотрите два случая, когда точки *K* и *L* лежат от *m* на: а) разном расстоянии; б) равном расстоянии.

6\*. Дан квадрат. На его сторонах даны четыре точки такие, что они попарно симметричны относительно центра симметрии квадрата и симметричны относительно прямых, на которых лежат диагонали квадрата. Определите вид четырёхугольника, вершинами которого являются данные точки.

***6\*. Паркеты***

Вариант 1

1. Нарисуйте неправильный многоугольник, у которого равны все углы. Можно ли им заполнить плоскость?

2. Составьте паркет из прямоугольного треугольника.

3. Составьте паркет из правильного треугольника. Раскрасьте его таким образом, чтобы соседние треугольники (имеющие общую сторону) имели разный цвет. Такая раскраска называется правильной. Какое наименьшее число цветов потребуется для этого?

4. Составьте паркет из правильных четырёхугольников и восьмиугольников и правильно раскрасьте его. Какое число цветов потребуется?

5\*. Из бумаги изготовили два равных выпуклых четырехугольника. Один разрезали по одной диагонали, а другой – по другой. Докажите, что из четырех полученных частей можно сложить параллелограмм.

6\*. В выпуклом четырёхугольнике проведены средние линии (отрезки, соединяющие середины противоположных сторон). Докажите, что из получившихся четырех частей можно составить параллелограмм.

Вариант 2

1. Нарисуйте неправильный многоугольник, у которого равны все стороны. Можно ли им заполнить плоскость?

2. Составьте паркет из тупоугольного треугольника.

3. Составьте паркет из правильного шестиугольника. Раскрасьте его таким образом, чтобы соседние треугольники (имеющие общую сторону) имели разный цвет. Такая раскраска называется правильной. Какое наименьшее число цветов потребуется для этого?

4. Составьте паркет из правильных треугольников и шестиугольников таким образом, чтобы вокруг каждой вершины располагались два треугольника и два шестиугольника, и правильно раскрасьте его. Какое число цветов потребуется?

5\*. Докажите, что центрально симметричным шестиугольником можно застелить паркетом плоскость таким образом, что любые два его шестиугольника получаются друг из друга параллельным переносом.

6\*. Докажите, что если средняя линия, соединяющая середины противоположных сторон четырёхугольника, равна полусумме двух других его сторон, то этот четырехугольник является трапецией.

***7. Подобие фигур. Гомотетия***

Вариант 1

1. Найдите условия, при которых подобны два: а) квадрата; б) параллелограмма.

2. Отношение периметров подобных многоугольников равно 3:5. Найдите большую сторону первого многоугольника, если большая сторона второго многоугольника равна 45 см.

3. В двух подобных трапециях меньшие диагонали равны 10,5 см и 7 см, средняя линия первой трапеции равна 18 см, большее основание второй трапеции равно 16,6 см. Найдите меньшее основание первой трапеции.

4. Постройте треугольник, гомотетичный данному треугольнику относительно центра описанной около него окружности с коэффициентом гомотетии .

5\*. Постройте трапецию *ABCD* (*AD||BC*) по следующим данным: *AB*:*AD* = 2:5, *A* = 60, *D* = 45, *BH* = 3,5 см, где *BH* – высота трапеции (перпендикуляр, опущенный из вершины основания на другое основание).

6\*. Докажите, что если из вершин четырёхугольника опустить перпендикуляры на соответствующие диагонали, то основания этих перпендикуляров будут являться вершинами четырёхугольника, подобного данному.

Вариант 2

1. Найдите условия, при которых подобны два: а) ромба; б) прямоугольника.

2. Меньшая сторона многоугольника равна 14 см, а его периметр равен 90 см. Найдите периметр подобного ему многоугольника, если его меньшая сторона равна 21 см.

3. В двух подобных параллелограммах меньшие диагонали равны 20,8 см и 28,6 см. Периметр первого параллелограмма равен 136 см, меньшая сторона второго равна 44 см. Найдите большую сторону первого параллелограмма.

4. Постройте треугольник, гомотетичный данному треугольнику относительно его центроида с коэффициентом гомотетии 1,5.

5\*. Постройте трапецию *ABCD* (*AB||CD*) по следующим данным: *CD*:*AD* : *AH =* 5:3:2, где *AH* – высота трапеции (перпендикуляр, опущенный из вершины основания на другое основание), *B* = 110 и *DB* = 4 см.

6\*. В треугольнике *ABC* проведены медиана *AD*, биссектриса *AE* и прямая *BQ*, которая пересекает *AE*, *AD*, *AC* соответственно в точках *G*, *H*, *F*. Докажите, что *EH||AB*.

***8\*. Золотое сечение***

Вариант 1

1. Сколько золотых треугольников изображено на рисунке 23?

2. Изобразите остроугольный золотой треугольник. Чему равны его углы?

3. Разделите данный отрезок в золотом отношении.

4. Изобразите вращающиеся квадраты.

5\*. Докажите, что точка *E*1 на рисунке (рис. 23) делит отрезок *BD* в золотом отношении.

6\*. В данную окружность впишите правильный пятиугольник.

 

Вариант 2

1. Найдите подобные фигуры на рисунке (рис. 23).

2. Изобразите тупоугольный золотой треугольник. Чему равны его углы?

3. Изобразите золотой прямоугольник.

4. Изобразите вращающиеся треугольники.

5\*. Докажите, что точка *A*1 на рисунке 23 делит отрезок *BD* в золотом отношении.

6\*. На рисунке 24 изображен лотарингский крест, служивший эмблемой «Свободной Франции» (организации, которую в годы Второй мировой войны возглавлял генерал де Голль). Он составлен из 13 единичных квадратов. Докажите, что прямая, проходящая через точку *A* и делящая лотарингский крест на две равновеликие части, делит отрезок *BC* в золотом отношении.

***9. Площади подобных фигур***

Вариант 1

1. Площадь треугольника равна 36 см2. Найдите площадь треугольника, образованного его средними линиями.

2. Периметры подобных многоугольников равны 120 см и 720 см. Найдите отношение их площадей.

3. Сумма площадей трёх подобных треугольников равна 413 дм2, их периметры относятся как 1 : 3 : 7. Найдите площадь каждого многоугольника.

4. В окружности с центром *O* проведены диаметр *EF*, хорды *EG*, *FG*, причем последняя стягивает дугу 60. Касательная к окружности, проведенная через точку *G*, пересекает прямую *EF* в точке *M*. Найдите отношение площадей треугольников *MGF* и *MGE*.

5\*. Постройте треугольник, подобный данному, площадь которого в два раза меньше.

6\*. Каждая сторона квадрата повернута на 30 вокруг одной из своих вершин, как показано на рисунке 9. Найдите отношение сторон и площадей данного квадрата и квадрата, образованного его повёрнутыми сторонами.

 

Вариант 2

1. Площадь треугольника равна 64 см2. Найдите площадь треугольника, отсечённого от него средней линией.

2. Площади подобных многоугольников равны 810 см2 и 90 см2. Найдите отношение их периметров.

3. В прямоугольном треугольнике катеты относятся как 3 : 4, высота делит его на два треугольника, разность площадей которых равна 56 дм2. Найдите площадь данного треугольника.

4. В окружности проведены две непересекающиеся хорды *KL* и *MN*, которые стягивают дуги соответственно 90 и 120. Прямые *MK* и *LN* пересекаются в точке *P*. Найдите площади треугольников *PKL* и *PMN*, если их сумма равна 200 см2.

5\*. Постройте треугольник, подобный данному, площадь которого в два раза больше площади.

6\*. На рисунке 10 *ABCD* – квадрат. Точки *A*1, *A*2, *B*1, *B*2, *C*1, *C*2, *D*1, *D*2 делят его соответствующие стороны на три равные части. Найдите отношение площадей данного квадрата и четырехугольника *EFGH*.

***10. Теорема косинусов***

Вариант 1

1. Определите сторону треугольника, если две другие составляют угол 45 и равны 5 см и 10 см.

2. Найдите косинусы углов треугольника со сторонами 6 см, 8 см и 10 см.

3. Определите вид угла *A* треугольника *ABC* со сторонами *AB* = 8 см, *AC* = 12 см и *BC* = 18 см.

4. Стороны треугольника равны 15 см, 22 см и 23 см. Найдите его медиану, проведенную к средней по длине стороне.

5\*. Внутри угла взята точка, из которой на его стороны опущены перпендикуляры. Длины перпендикуляров и отрезка, соединяющего их основания, относятся соответственно как 5:8:7. Найдите данный угол.

6\*. Докажите, что в любой трапеции сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов боковых сторон и удвоенного произведения оснований.

Вариант 2

1. Определите сторону треугольника, если две другие составляют угол 30 и равны 4 см и 12 см.

2. Найдите косинусы углов треугольника со сторонами 5 см, 12 см и 13 см.

3. Определите вид угла *D* в треугольнике *DEF* со сторонами *DE* = 16 см, *DF* = 24 см и *EF* = 32 см.

4. Одна из сторон треугольника равна 13 см, противолежащий угол равен 120, сумма двух других сторон равна 15 см. Найдите эти стороны.

5\*. Стороны треугольника относятся как 3:5:7. Определите вид данного треугольника.

6\*. Докажите, что в любом четырёхугольнике сумма квадратов диагоналей вдвое больше суммы квадратов отрезков, соединяющих середины противоположных сторон.

***11. Теорема синусов***

Вариант 1

1. В треугольнике *ABC* стороны *BC* = 12 см и *AB* = 15 см, *C* = 45. Найдите sin *A*.

2. В треугольнике *KLM* *K*=60, *LM* = 42 см. Можно ли по этим данным определить радиус окружности, описанной около треугольника? Если да, чему он равен?

3. В треугольнике *CDE* известны сторона *DE* = *c* и углы *C* и *D*. Найдите основные неизвестные элементы треугольника (стороны и углы).

4. В треугольнике *FGH* известны стороны *FG* = *h*, *FH* = *g* и угол *H*. Найдите основные неизвестные элементы треугольника.

5\*. В равнобедренной трапеции основания равны 4 см и 6 см, боковая сторона – 5 см. Найдите её диагонали.

6\*. В треугольнике *ABC* известны сторона *AC = b* и углы *A* и *C*. Найдите биссектрису *BL*, медиану *BM* и радиус описанной около треугольника окружности.

Вариант 2

1. В треугольнике *ABC* стороны *AC* = 50 см и *BC* = 42 см, *B* = 30. Найдите sin *A*.

2. В треугольнике *FGH*  *H* = 45, *GF* = 8 см. Можно ли по этим данным определить радиус окружности, описанной около треугольника? Если да, чему он равен?

3. В треугольнике *KLM* известны сторона *KL* = *m* и углы *L* и *M*. Найдите основные неизвестные элементы треугольника (стороны и углы).

4. В треугольнике *NOP* известны стороны *PO* = *n*, *NO* = *p* и угол *N*. Найдите основные неизвестные элементы треугольника.

5\*. В равнобедренной трапеции одна сторона равна 5 см, а три другие стороны каждая равна 4 см. Найдите её диагонали.

6\*. В треугольнике *ABC* известны сторона *BC = a* и углы *B* и *C*. Найдите медиану *AM* и радиус *R* окружности, описанной около треугольника.

***12. Длина окружности***

Вариант 1

1. Найдите длину окружности диаметра 12 см.

2. Найдите длину дуги окружности радиуса *R*, содержащей: а) 30; б) 120.

3. Найдите длину и радиус окружности, если длина её дуги, содержащей 18, равна 54 см.

4. Постройте окружность, длина которой: а) равнялась бы сумме длин двух других окружностей; б) была бы в 3 раза меньше длины данной окружности.

5\*. Из внешней точки к окружности проведены две касательные, и в фигуру, ограниченную этими касательными и дугой, заключённой между точками касания, вписана вторая окружность. Расстояние от данной точки до центров окружностей равны 18 см и 6 см. Найдите длины этих окружностей.

6\*. Три равные окружности радиуса *r* попарно касаются друг друга. Найдите длину окружности, которая касается каждой данной окружности внешним образом. Изобразите данную геометрическую ситуацию.

Вариант 2

1. Длина окружности равна см. Найдите её диаметр.

2. Найдите длину дуги окружности радиуса *r*, содержащей: а) 60; б) 150.

3. Длина дуги окружности, содержащей 36, равна 72 см. Найдите длину окружности и её диаметр.

4. Постройте окружность, длина которой: а) равнялась бы разности длин двух других окружностей; б) была бы в 4 раза больше длины данной окружности.

5\*. Из внешней точки к окружности проведены две касательные, и в фигуру, ограниченную этими касательными и дугой, заключённой между точками касания и содержащей 120, вписана вторая окружность. Найдите её длину, если радиус первой окружности равен 18 см.

6\*. Три равные окружности радиуса *R* попарно касаются друг друга. Найдите длину окружности, которая касается каждой данной окружности внутренним образом. Изобразите данную геометрическую ситуацию.

***13\*. Циклоидальные кривые***

Вариант 1

1. Нарисуйте траекторию движения точки *A*, находящейся на окружности единичного радиуса при ее повороте на: а) 45; б) 180 (рис. 11).



2. На рисунке 12 изображена кардиоида. Есть ли у неё: а) центр симметрии; б) оси симметрии? Если есть, изобразите их на рисунке.

3. Нарисуйте траекторию движения вершины правильного треугольника со стороной, равной 2 см, катящегося по прямой.

4. Нарисуйте траекторию движения точки, закреплённой на окружности, катящейся по другой окружности внутренним образом, если отношение радиусов первой (катящейся) и второй (неподвижной) окружностей равно . Как называется получившаяся кривая?

5\*. В условиях предыдущей задачи возьмите отношение радиусов .

6\*. Нарисуйте траекторию движения точки, закрепленной на окружности, катящейся по другой окружности внешним образом, если отношение радиусов первой и второй окружностей равно .

 

Вариант 2

1. Изобразите положение точки *A*, находящейся на окружности единичного радиуса при её повороте на: а) 90; б) 135 (рис. 28).

2. На рисунке 13 изображена астроида. Есть ли у неё: а) центр симметрии; б) оси симметрии? Если есть, изобразите их на рисунке.

3. Нарисуйте траекторию движения вершины квадрата со стороной, равной 2 см, катящегося по прямой.

4. Нарисуйте траекторию движения точки, закреплённой на окружности, катящейся по другой окружности внешним образом, если отношение радиусов первой (катящейся) и второй (неподвижной) окружностей равно . Как называется получившаяся кривая?

5\*. В условиях предыдущей задачи возьмите отношение радиусов .

6\*. Нарисуйте траекторию движения точки, закреплённой на окружности, катящейся по другой окружности внешним образом, если отношение радиусов первой и второй окружностей равно .

***14. Площадь круга и его частей***

Вариант 1

1. Площадь круга равна 289 см2. Найдите его диаметр и длину окружности.

2. Найдите площадь кольца, если радиусы его окружностей равны 19 мм и 28 мм.

3. Даны две концентрические окружности, хорда большей из них, касающаяся меньшей окружности, равна 20 см. Найдите площадь кольца, ограниченного этими окружностями.

4. Найдите площадь сегмента круга радиуса *R*, если его угол равен 120.

5\*. Постройте полукруг, равновеликий данному кругу.

6\*. На рисунке 14 отрезки *AB*, *BC*, *CD* и *DE* равны. На отрезках *AB*, *AC*, *AD*, *AE* и *DE*, *CE*, *BE*, *AE*, как на диаметрах построены полуокружности. Докажите, что четыре образовавшиеся непересекающихся криволинейные фигуры равновелики.

 

Вариант 2

1. Длина окружности равна 38 см. Найдите ее диаметр и площадь соответствующего круга.

2. Найдите площадь кольца, если длины его окружностей равны 24 мм и 18 мм.

3. Даны две концентрические окружности. Найдите хорду большей окружности, которая касается меньшей окружности, если площадь соответствующего кольца равна 400 дм2.

4. Найдите площадь сегмента, если его хорда равна *a* и дуга окружности содержит 90.

5\*. Постройте круг, равновеликий данному полукругу.

6\*. На рисунке 15 отрезки *AB* и *CD* равны, точка *O* – середина отрезка *AD*. На отрезках *AB*, *CD*, *AD*, *BC*, как на диаметрах проведены полуокружности. Докажите, что фигура, ограниченная этими полуокружностями, равновелика кругу с диаметром *PH*, где *PH* – перпендикуляр к *AD*, проходящий через точку *O*.

***15. Изопериметрическая задача***

Вариант 1

1. Определите наибольшую сторону треугольника *BCD*, если: а) угол *B* – тупой; б) угол *C* – прямой; в) углы *B* и *D* – острые.

2. Какова наибольшая площадь треугольника со сторонами 37 см и 46 см?

3. Среди всех треугольников, имеющих одну и ту же сторону и равные углы, ей противолежащие, найдите треугольник наибольшей площади.

4. Среди всех равновеликих треугольников с данной стороной найдите треугольник, который имеет наибольший угол, противолежащий этой стороне.

5\*. Докажите, что среди всех изопериметрических треугольников с данной стороной, наибольшую площадь имеет равнобедренный треугольник, у которого данная сторона является основанием.

6\*. Докажите, что из всех равновеликих прямоугольников наименьший периметр имеет квадрат.

Вариант 2

1. Определите наименьшую и наибольшую стороны прямоугольного треугольника *DEF* (*E =* 90), если *F =* 38.

2. Треугольник имеет стороны 19 см и 27 см. В каких пределах заключена его площадь?

3. Найдите четырёхугольник наибольшей площади, вписанный в круг.

4. Докажите, что среди всех треугольников, имеющих по равному углу и равной высоте, выходящей из этого угла, наибольшую площадь имеет равнобедренный треугольник.

5\*. Докажите, что среди всех равновеликих треугольников, имеющих общую сторону, наименьший периметр имеет равнобедренный треугольник, у которого основание равно данной стороне.

6\*. Докажите, что если квадрат и треугольник равновелики, то периметр треугольника больше периметра квадрата.

***16. Прямоугольная система координат***

Вариант 1

1. Изобразите прямоугольную систему координат и отметьте точки *K*(1, -3) и *L*(-5, 0). Найдите координаты точек *H* и *P* – оснований перпендикуляров, опущенных соответственно из точки *K* на ось *Ox* и из точки *L* на ось *Oy*.

2. Найдите координаты середины отрезка *MN*, если: а) *M*(0, -8), *N*(11, -4); б) *M*(3, -10), *N*(-13, 3).

3. Найдите координаты точки пересечения отрезка *AB* с осью абсцисс, если *A*(3, -2), *B*(5, 2).

4. Найдите координаты точки, симметричной точке *E*(-4, 9) относительно: а) начала координат; б) оси ординат; в) оси абсцисс.

5\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых |*x*| > 5.

6\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых *x*2 + *y*2 > 5.

Вариант 2

1. Изобразите прямоугольную систему координат и отметьте точки *M*(-2, 1) и *N*(3, 0). Найдите координаты точек *E* и *F* – оснований перпендикуляров, опущенных соответственно из точки *M* на ось *Oy* и из точки *N* на ось *Ox*.

2. Найдите координаты середины отрезка *KL*, если: а) *K*(-5, 6), *L*(11, -17); б) *K*(0,5, 8), *L*(0,3, -12).

3. Найдите координаты точки пересечения отрезка *CD* с осью *Oy*, если *C*(2, -1), *D*(-2, -5).

4. Найдите координаты точки, симметричной точке *Q*(6, -4) относительно: а) оси *Ox*; б) оси ординат; в) начала координат.

5\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых |*y*|  4.

6\*. Найдите ГМТ координатной плоскости, для которых *x*2 + *y*2 < 3.

***17. Расстояние между точками. Уравнение окружности***

Вариант 1

1. Найдите расстояние между точками *P* и *Q*, если *P*(1, 5), *Q*(-8, 9).

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке *M*(0, -13) и радиусом 11.

3. Определите вид треугольника *BCD* и длину его высоты *DH*, если *B*(0, 2), *C*(6, 4), *D*(5, -3).

4. Даны точки *K*(-7, 2) и *L*(3, 6). Найдите координаты точки, принадлежащей оси ординат и одинаково удаленной от данных точек.

5\*. Даны три точки *R*(0, 10), *S*(7, -4), *T*(5, 0). Принадлежат ли они одной прямой?

6\*. Найдите точки, одинаково удаленные от координатных прямых и точки с координатами (-6, 12).

Вариант 2

1. Найдите длину отрезка *GH*, если *G*(5, -4), *H*(-1, -8).

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке *K*(-11, 0) и радиусом 12.

3. Определите вид треугольника *CDE* и длину его высоты *EP*, если *C*(-10, -2), *D*(-4, 2), *E*(-9, 3).

4. Даны точки *M*(6, -5) и *N*(-6, 2). Найдите координаты точки, принадлежащей оси абсцисс и одинаково удаленной от данных точек.

5\*. Является ли отрезок *QP*, где *Q*(-5, 4), *P*(-3, -6) хордой окружности *x*2 + *y*2 + 6*x* – 8*y* + 21 = 0? Изобразите данную геометрическую ситуацию.

6\*. Найдите точки, одинаково удаленные от точки *A*(8, -4) и осей абсцисс и ординат.

***18. Векторы. Сложение векторов***

Вариант 1

1. Дан квадрат *ABCD*. Запишите векторы, равные вектору .

2. В треугольнике *EFG* от точки *M* – его центроида, отложите векторы, равные векторам , , , , где *G*1 – середина стороны *EF*.

3. Найдите сумму векторов: а) ; б) .

4. Задайте векторы и . Постройте: а) б) ; в) .

5\*. На рисунке 16 заданы векторы и . От произвольно выбранных точек плоскости в каждом случае отложите векторы , , .

6\*. Докажите, что для любых векторов и выполняется неравенство .

 

Вариант 2

1. Дан ромб *ABCD*. Запишите векторы, равные вектору .

2. В треугольнике *KLM* от точки *G* – его центроида, отложите векторы, равные векторам , , , , где *KL*1 = *ML*1.

3. Найдите сумму векторов: а) ; б) .

4. Задайте векторы и . Постройте: а) ; б) ; в) .

5\*. На рисунке 17 заданы векторы и . От произвольно выбранных точек плоскости в каждом случае отложите векторы: а) ; б) ; в) .

6\*. Верно ли неравенство ?

***19. Умножение вектора на число***

Вариант 1

1. Задайте ненулевой вектор  и постройте векторы: а) 3; б) ; в) .

2. В параллелограмме *BCDE* диагонали пересекаются в точке *P*. Найдите: а) ; б) ; в) ; г) .

3. В треугольнике *KLM* медианы *KK*1, *LL*1, *MM*1 пересекаются в точке *G*. Выразите через векторы и векторы: а) ; б) ; в) ; г) .

4. Дан ненулевой вектор . При каких значениях *m*: а) векторы и *m* сонаправлены (т. е. при откладывании от одной точки лежат на одной прямой и имеют одно направление); б) верно неравенство |*m*| < ||?

5\*. Запишите в векторной форме условия того, что точка *O* лежит между точками *A* и *B*.

6\*. Докажите, что , где *M* – произвольная точка плоскости, *O* – середина отрезка *KL*.

Вариант 2

1. Задайте ненулевой вектор и постройте векторы: а)2; б) ; в) .

2. В прямоугольнике *DEFG* диагонали пересекаются в точке *M*. Найдите: а) ; б) ; в) ; г) .

3. В треугольнике *OPQ* точка *M* – центроид, *O*1, *P*1, *Q*1 – середины соответствующих сторон *PQ*, *OQ*, *OP*. Выразите через векторы и векторы: а) ; б) ; в) ; г) .

4. Дан ненулевой вектор . При каких значениях *n*: а) векторы и *n* противоположно направлены (т. е. при откладывании от одной точки лежат на одной прямой и имеют противоположные направления); б) верно неравенство |*n*| > ||?

5\*. Запишите в векторной форме условия того, что точка *O* является точкой пересечения диагоналей четырехугольника *ABCD*.

6\*. Докажите, что , где *O* – произвольная точка плоскости, *KLN* – данный треугольник, *M* – его центроид.

***20. Координаты вектора***

Вариант 1

1. Найдите координаты вектора , если: а) ; б) ; в) ; г) .

2. Найдите координаты вектора , если: а) *E*(1, 2), *F*(2, 1); б) *E*(-2, 0), *F*(3, -1); в) *E*(10, -3), *F*(0, -9); г) *E*(-8, -5), *F*(12, -18).

3. Найдите координаты точки *H*, если: а) , *G*(5, -7); б) *G*(0, 25), .

4. Точка *P* делит отрезок *MN* в отношении 1:4. Найдите координаты вектора , если .

5\*. Докажите с помощью векторов теорему о средней линии треугольника.

6\*. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, проходит через точку пересечения ее диагоналей.

Вариант 2

1. Найдите координаты вектора , если: а) ; б) ; в) ; г) .

2. Найдите координаты вектора , если: а) *G*(0, 1), *H*(0, -1); б) *G*(5, -4), *H*(-10, 7); в) *G*(0, -15), *H*(24, 5); г) *G*(4, -9), *H*(16, 0).

3. Найдите координаты точки *A*, если: а) , *B*(15, -21); б) *B*(0, -16), .

4. Отрезок *KL* разделен точкой *E* в отношении 2 : 3. Найдите координаты вектора , если .

5\*. Точка *M* делит отрезок *AA*1 в отношении 2 : 1. Докажите, что для произвольной точки *X* выполняется равенство: .

6\*. Точки *E* и *F* делят диаметр окружности на три равные части. Докажите, что сумма квадратов расстояний от любой точки этой окружности до данных точек есть величина постоянная.

***21. Скалярное произведение векторов***

Вариант 1

1. Найдите скалярное произведение двух единичных векторов, угол между которыми равен 30.

2. Дан равносторонний треугольник *ABC* со стороной, равной 4 см. Найдите: а) ; б) ; в) , где *B*1­ – середина стороны *AC*.

3. Определите вид треугольника *DEF*, если *D*(-7, 2), *E*(2, 5), *F*(4, 10).

4. Даны векторы (0, -5) и (-2, 8). При каком значении *x* векторы и 2 - 3*x* перпендикулярны.

5\*. Вычислите работу, которую производит сила (15, -9), когда точка ее приложения перемещается, двигаясь прямолинейно, из положения *Z*1(-5, 18) в положение *Z*2(-3, 15).

6\*. На сторонах треугольника *XYZ* внешним образом построены квадраты *XYKP* и *YZGL* (рис. 18). Точка *M* – середина *KL*. Докажите, что прямые *XZ* и *YM* перпендикулярны.



Вариант 2

1. Найдите скалярное произведение двух векторов длины 2, угол между которыми равен 45.

2. Дан единичный квадрат *ABCD*. *O* – точка пересечения его диагоналей. Найдите: а) ; б) ; в) .

3. Определите вид треугольника *MNK*, если *M*(-10, -5), *N*(-5, 5), *K*(6, 7).

4. Даны векторы (2, 0) и (-3, 5). При каком значении *y* векторы 2 и *y* - 4 перпендикулярны.

5\*. Вычислите работу, которую производит сила (3, -9), когда точка ее приложения перемещается, двигаясь прямолинейно, из положения *A*(5, -8) в положение *B*(15, -12).

6\*. Докажите, что высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке.

***22. Уравнение прямой***

Вариант 1

1. Запишите уравнение прямой, проходящей через точку *H*(-5, 6), перпендикулярную оси абсцисс.

2. Постройте прямую 2*x* – *y +* 4 = 0 и найдите ее точки пересечения с координатными осями.

3. Запишите уравнение прямой, проходящей через точки *M*(1, -2) и *N*(3, 0). Найдите координаты ее вектора нормали.

4. Найдите координаты точки пересечения прямых *x* – *y* – 10 = 0 и 6*x +* 7*y* – 21 = 0.

5\*. Запишите уравнения перпендикулярных прямых, пересекающихся в точке *P*(-5, -2), если одной из них принадлежит точка *Q*(-2, 2,5).

6\*. Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку *S*(11, 5) и касается окружности *x*2 + *y*2 + 12*x* – 6*y* + 41 = 0.

Вариант 2

1. Запишите уравнение прямой, проходящей через точку *P*(7, -4), перпендикулярную оси ординат.

2. Постройте прямую *x* + 6*y* – 12 = 0 и найдите ее точки пересечения с координатными осями.

3. Запишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку *P*(-8, 12). Найдите координаты ее вектора нормали.

4. Найдите координаты точки пересечения прямых 4*x* – 3*y* + 24 = 0 и 2*x +* 3*y* – 6 = 0.

5\*. Запишите уравнение окружности, которая проходит через точку *M*(-1, 6) и касается оси: а) абсцисс; б) ординат.

6\*. Запишите уравнение прямой, которая проходит через точку *R*(13, -14) и касается окружности *x*2 + *y*2 – 18*x* + 12*y* + 101 = 0.

***23. Аналитическое задание фигур на плоскости***

Вариант 1

1. Найдите фигуру, которая задается неравенством *x* 0.

2. Нарисуйте фигуру, задаваемую неравенствами:

 Как она называется.

3. Нарисуйте фигуру, которая задается неравенствами

4. На рисунке 19 изображен шестиугольник *ABCDEF*. Запишите неравенства, которые его задают.

5\*. Для параболы, заданной уравнением *y = x*2 – 2*x* – 1, найдите координаты ее фокуса и уравнение директрисы.

6\*. Напишите уравнение эллипса, проходящего через точку *M*(1, ), сумма расстояний от которой до фокусов эллипса равна 10.

 

Вариант 2

1. Найдите фигуру, которая задается неравенством *y * 0.

2. Нарисуйте фигуру, задаваемую неравенствами:

 Как она называется.

3. Нарисуйте фигуру, которая задается неравенствами

4. На рисунке 20 изображен шестиугольник *EABCDF*. Запишите неравенства, которые его задают.

5\*. Вершина параболы расположена в начале координат. Уравнение директрисы имеет вид *y* – 2 = 0. Найдите координаты ее фокуса и запишите ее уравнение.

6\*. Найдите координаты фокусов и точек пересечения с осью абсцисс гиперболы, заданной уравнением 16*x*2 – *y*2 + 4*y* – 4 = 16.

***24\*. Задачи оптимизации***

Вариант 1

1. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) *x*  0; б) *y* < 5.

2. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) *x* – *y* 1; б) 3*x* + 2*y* > 0.

3. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) |*x*| < 2; б) |*y*| 5.

4. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют системе неравенств:

 5\*. Найдите наибольшее значение функции *F=*3*x*+3*y* при условии

6\*. Для изготовления полки нужно вырезать из фанеры одну заготовку для задней стенки (деталь А), две заготовки для боковинок (деталь Б) и три одинаковых заготовки для верхней, средней и нижней горизонтальных панелей (деталь В). Имеющиеся на мебельном комбинате листы фанеры таковы, что при первом способе раскроя из одного листа можно изготовить одну деталь типа А, четыре типа Б и восемь типа В, а при втором способе три детали типа А, две типа Б и две типа В. Можно ли, имея 180 листов фанеры, изготовить 200 полок? Как осуществить раскрой материала, чтобы было использовано наименьшее число листов фанеры?

Вариант 2

1. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) *y* < 0; *x*  -1.

2. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) 2*x* – *y* < 3; б) *x* + 4*y* -5.

3. Нарисуйте фигуру, координаты точек которой удовлетворяют неравенству: а) |*x*| 4; б) |*y*| < 2.

4. Нарисуйте фигуру, координаты которой удовлетворяют системе неравенств:

 5. Найдите наименьшее значение функции *F=*3*x*+4*y* при условии

 6\*. Для перевозки готовых изделий четырех типов А, Б, В. Г завод использует стандартные ящики. Форма и габариты изделий таковы, что на заводском складе применяются два способа упаковки их в ящики. При первом способе в ящик помещается одно изделие типа А, два типа Б, одно типа В и пять типа Г, а при втором способе – два изделия типа А, одно типа Б, пять типа В и одно типа Г. Магазин запросил доставить не менее: 400 изделий типа А, 500 изделий типа Б, 500 изделий типа В и 1000 изделий типа Г. Может ли склад осуществить упаковку требуемых изделий, если имеется 300 ящиков? Каково наименьшее количество ящиков, необходимых для упаковки изделий?

***25. Тригонометрические функции произвольного угла***

Вариант 1

1. Постройте окружность с центром в начале координат и изобразите точку, получающуюся из точки с координатами (1, 0) поворотом на: а) 30; б) 90; в) 150; г) 420; д) -135.

2. Определите, углом какой четверти является угол , если: а) = 190; б) = 100; в) = - 45; г) = 500; д) = 1080.

3. Найдите значение выражения: а) 2cos 0 - 4sin 90 + 5tg 180; б) 2cos 60 + cos 30; в) 2sin 30 + 6cos 60 - 4 tg 45; г) 3tg 45tg 60.

4. Найдите значение выражения: а) sin(-30) + cos(-60); б) cos 135 + sin(-210); в) 2sin 120tg 300; г) 4sin(-150)cos 300tg 240.

5\*. Решите уравнение: а) sin = 1; б) tg = 0.

6\*. Отметьте на единичной окружности дуги, соответствующие углам , для которых: а) cos 0; б) |sin | < .

Вариант 2

1. Постройте окружность с центром в начале координат и изобразите точку, получающуюся из точки с координатами (1, 0) поворотом на: а) 45; б) 135; в) 270; г) 540; д) -150.

2. Определите, углом какой четверти является угол , если: а) = 60; б) = 187; в) = 235; г) = -118; д) = 2160.

3. Найдите значение выражения: а) 2tg 0 - 3cos 270 + 5sin 0; б) 2sin 30 - ctg 45; в) 4sin 45 - cos 30 + 8 tg 60; г) 4ctg 30cos 60.

4. Найдите значение выражения: а) sin(-60) + cos(-30); б) cos (-180) + cos 300; в) 6cos(-240)ctg 210; г) 8sin(-30)cos 60+ tg(135)ctg(-225).

5\*. Решите уравнение: а) sin = -1; б) ctg = 0.

6\*. Отметьте на единичной окружности дуги, соответствующие углам , для которых: а) sin > 0; б) |cos | .

***26. Полярные координаты***

Вариант 1

1. Изобразите в полярных координатах точки *A*(3, 0), *B*(8, ) и *E*(5, ).

2. Полярные координаты точки равны: а) (1, ); б) (2, ). Найдите ее декартовы координаты.

3. Изобразите ГМТ на плоскости, полярные координаты которых удовлетворяют равенству: а) *r* – 1 = 0; б) = .

4. Найдите полярное уравнение прямой *x* = -2.

5\*. Запишите уравнение спирали Архимеда, если расстояние между ее соседними витками равно 3.

6\*. Определите расстояние между точками *B*(1, ) и *D*(2, ).

В а р и а н т 2

1. Изобразите в полярных координатах точки *B*(2, ), *D*(3, 0) и *F*(7, ).

2. Декартовы координаты точки равны: а) (-1, 1); б) (2, -2). Найдите ее полярные координаты.

3. Изобразите ГМТ на плоскости, полярные координаты которых удовлетворяют равенству: а) = ; б) *r* = 2.

4. Найдите полярное уравнение прямой *y* = -1.

5\*. Запишите уравнение спирали Архимеда, если расстояние между ее соседними витками равно .

6\*. Определите расстояние между точками *A*(3, ) и *C*(1, ).

**§ 5. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

***Контрольная работа № 1***

Вариант 1

1. Правильный пятиугольник симметрично отразили относительно центра описанной окружности. Какая фигура является общей частью исходного пятиугольника и отражённого?

 2. Сколько осей симметрии имеет правильный семиугольник?

 3. На сколько градусов нужно повернуть правильный восьмиугольник вокруг центра описанной окружности, чтобы он совместился сам с собой?

 4\*. Докажите, что если прямые, на которых лежат диагонали четырёхугольника, являются его осями симметрии, то четырёхугольник является ромбом.

 5\*. Через точки *D* и *E*, делящие сторону *AC* треугольника *ABC* на три равные части, проведены прямые, параллельные стороне *AB*. Найдите площадь части треугольника, заключённой между этими прямыми, если площадь треугольника *ABC* равна 1.

Вариант 2

1. Правильный семиугольник симметрично отразили относительно центра описанной окружности. Какая фигура является общей частью исходного семиугольника и отражённого?

 2. Сколько осей симметрии имеет правильный пятиугольник?

 3. На сколько градусов нужно повернуть правильный шестиугольник вокруг центра описанной окружности, чтобы он совместился сам с собой?

4\*. Докажите, что если две прямые, проходящие через середины противолежащих сторон четырёхугольника, являются его осями симметрии, то четырёхугольник является прямоугольником.

5\*. Сторона *AB* треугольника равна 1. Прямая, параллельная этой стороне, делит площадь треугольника пополам. Найдите длину отрезка прямой, заключённого между сторонами этого треугольника.

***Контрольная работа № 2***

Вариант 1

1. Найдите основание равнобедренного треугольника, если его боковая сторона равна 1, а угол, противолежащий основанию, равен 135о.

 2. Стороны параллелограмма равны 6 см и 7 см. Одна диагональ равна 11 см. Найдите другую диагональ.

 3. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 3, 5, 6.

 4. Одна сторона треугольника равна 2, противолежащий ей угол равен 120о. Найдите радиус описанной окружности.

 5\*. Найдите радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника, стороны которого равны 2, 3, 3.

Вариант 2

1. Найдите основание равнобедренного треугольника, если его боковая сторона равна 1, а угол, противолежащий основанию, равен 150о.

2. Стороны равнобедренного треугольника равны 6, 7, 7. Найдите медиану, проведённую к боковой стороне.

3. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 4, 5, 7.

4. Одна сторона треугольника равна 3, противолежащий ей угол равен 135о. Найдите радиус описанной окружности.

 5\*. Найдите радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника, стороны которого равны 4, 3, 3.

***Контрольная работа № 3***

Вариант 1

1. Найдите длину окружности, описанной около квадрата со стороной 1.

2. Радиус окружности увеличили на 1 см. На сколько увеличилась длина окружности?

3. Найдите площадь круга, описанного около правильного треугольника со стороной 1.

4. Площадь сектора круга радиусом 2 равна 8. Найдите длину его дуги.

5\*. Найдите площадь части круга, радиус которого равен 1, расположенной вне вписанного в этот круг правильного шестиугольника.

Вариант 2

1. Найдите длину окружности, описанной около правильного шестиугольника со стороной 1.

2. Диаметр окружности уменьшили на 1 см. На сколько уменьшилась длина окружности?

3. Найдите площадь круга, вписанного в правильный треугольник со стороной 2.

4. Площадь сектора круга радиусом 3 равна 6. Найдите длину его дуги.

5\*. Найдите площадь части круга, радиус которого равен 1, расположенной вне вписанного в этот круг квадрата.

***Контрольная работа № 4***

Вариант 1

1. Для правильного шестиугольника *ABCDEF*, стороны которого равны 1, найдите длину вектора .

 2. Для правильного шестиугольника *ABCDEF*, стороны которого равны 1, разложите вектор по векторам и .

 3. Докажите, что уравнение *x*2 + *y*2 + 4*x* – 2*y* + 4 = 0 задаёт окружность. Найдите координаты её центра и радиус.

4. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки с координатами (–1, 3) и (2, 1).

5\*. Найдите косинус угла между прямыми, заданными уравнениями 2*x +* 3*y* + 1 = 0, 3*x +* 2*y +* 1 = 0.

Вариант 2

 1. Для правильного шестиугольника *ABCDEF*, стороны которого равны 1, найдите длину вектора .

 2. Для правильного шестиугольника *ABCDEF*, стороны которого равны 1, разложите вектор по векторам и .

3. Докажите, что уравнение *x*2 + *y*2 – 6*x* + 4*y* + 9 = 0 задаёт окружность. Найдите координаты её центра и радиус.

4. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки с координатами (1, 2) и (3, 1).

5\*. Найдите косинус угла между прямыми, заданными уравнениями *x +* 2*y* – 1 = 0, 2*x + y* –1 = 0.

***Контрольная работа № 5\****

Вариант 1

 1. Изобразите многоугольник, задаваемый неравенствами

Найдите координаты его вершин.

 2. Напишите неравенства, задающие треугольник с вершинами *A*(–1, 0), *B*(1, 0), *C*(0, 2).

 3. Изобразите фигуру, задаваемую уравнением |*x*| + *|y*| = 1.

 4. Найдите .

 5\*. Изобразите фигуру, задаваемую уравнением в полярных координатах sin .

Вариант 2

 1. Изобразите многоугольник, задаваемый неравенствами

Найдите координаты его вершин.

 2. Напишите неравенства, задающие треугольник с вершинами *A*(–2, 0), *B*(2, 0), *C*(0, 1).

 3. Изобразите фигуру, задаваемую уравнением |*x* – *y*| + *|x +y*| = 2.

 4. Найдите .

 5\*. Изобразите фигуру, задаваемую уравнением в полярных координатах .

**§ 6.** **Т Е С Т Ы**

***Тест № 1*. *Преобразования***

1. Какие прямые при центральной симметрии переходят в себя?

 1) Параллельные.

 2) Перпендикулярные.

 3) Проходящие через центр симметрии.

 4) Таких прямых нет.

2. Как расположены относительно друг друга две центрально симметричные прямые?

 1) Нельзя определить.

2) Параллельны.

 3) Перпендикулярны.

 4) Пересекаются в центре симметрии.

3. При каком расположении трёх различных прямых образованная ими фигура имеет бесконечно много центров симметрии?

 1) Прямые параллельны.

 2) Прямые пересекаются в одной точке.

 3) Две прямые параллельны, третья им перпендикулярна.

 4) Прямые параллельны и одна из них находится на равных расстояниях от двух других.

4. Какому условию должны удовлетворять два луча, чтобы они были центрально симметричными?

 1) Лежать в одной полуплоскости относительно прямой, проходящей через их начала.

 2) Лежать на параллельных прямых.

 3) Быть сонаправленными.

 4) Быть противоположно направленными.

5. Какие точки переходят в себя при повороте вокруг некоторой точки на угол ?

 1) Принадлежащие прямым, проходящим через центр поворота.

 2) Принадлежащие углам с вершиной в центре поворота.

 3) Центр поворота.

 4) Принадлежащие окружностям с центром в центре поворота.

6. На какой угол нужно повернуть прямую вокруг точки, не принадлежащей ей, чтобы получить прямую, параллельную данной?

1)90.

2) 180.

3) 270.

4) 360.

7. Поворот на какой положительный угол совпадает с поворотом на угол – (0<<360)?

 1) 360 .

 2) 180.

 3) 180.

 4) 90.

8. Центром симметрии какого порядка является точка пересечения диагоналей произвольного параллелограмма?

 1) Второго.

 2) Третьего.

 3) Четвертого.

 4) Шестого.

9. Какие прямые при осевой симметрии переходят в себя?

 1) Параллельные оси.

 2) Перпендикулярные оси.

 3) Ось и перпендикулярные ей прямые.

4) Пересекающие ось под углом 45.

10. При каком условии прямая при осевой симметрии переходит в параллельную себе прямую?

 1) Совпадает с осью.

 2) Параллельна оси.

 3) Перпендикулярна оси.

 4) Таких прямых нет.

11. Сколько осей симметрии имеет правильный пятиугольник?

 1) 0.

 2) 5.

 3) 10.

 4) 20.

12. Сколько осей симметрии имеет правильный шестиугольник?

 1) 3.

 2) 6.

 3) 9.

 4) 12.

13. Сколько существует параллельных переносов, переводящих луч в сонаправленный ему луч?

 1) 1.

 2) 2.

 3) 3.

 4) Бесконечно много.

14. При каком условии существует параллельный перенос, переводящий один отрезок в другой?

 1) Отрезки равны.

 2) Отрезки параллельны.

 3) Отрезки равны и параллельны.

 4) Отрезки пересекаются в своих серединах.

15. Сколько различных векторов задают пары вершин параллелограмма?

 1) 4.

 2) 6.

 3) 8.

 4) 12.

16. Определите вид четырехугольника *CDEF*, и .

 1) Параллелограмм общего вида.

 2) Ромб.

 3) Квадрат.

 4) Равнобедренная трапеция.

17. В какую фигуру перейдет полуплоскость при движении?

 1) В отрезок.

 2) В прямую.

 3) В полуплоскость.

 4) В плоскость.

18. При каком движении луч переходит в сонаправленный луч?

1) Параллельный перенос.

2) Центральная симметрия.

3) Осевая симметрия.

4) Поворот.

19. При каком условии существует движение, переводящее треугольник *KLM* в треугольник *K*’*L*’*M*’?

 1) Соответствующие стороны треугольников параллельны.

 2) Соответствующие стороны треугольников перпендикулярны.

 3) Треугольники равны.

 4) Соответствующие углы треугольников равны.

20. При каких движениях каждая прямая переходит в параллельную или в саму себя?

1) При центральной симметрии, осевой симметрии и параллельном переносе.

2) При центральной и осевой симметриях.

3) При осевой симметрии и параллельном переносе.

4) При центральной симметрии и параллельном переносе.

***Тест № 2*. *Решение треугольников. Длина окружности***

1. Две стороны треугольника равны 1. Угол между ними равен 30о. Найдите третью сторону этого треугольника.

 1) .

 2) .

 3) .

 4)

2. Две стороны треугольника равны 1. Угол между ними равен 120о. Найдите третью сторону этого треугольника.

 1) .

 2) 1.

 3) .

 4) .

3. Стороны треугольника равны 2, 3, 4. Найдите косинус угла, лежащего против большей стороны этого треугольника.

1) .

 2) .

 3) .

 4) .

4. Стороны равнобедренного треугольника равны 1, 2, 2. Найдите медиану, проведённую к боковой стороне.

1) .

 2) .

 3) .

 4) .

5. Стороны параллелограмма равны 2 и 3, одна диагональ . Найдите другую диагональ.

1) .

 2) .

 3) 3.

 4) 4.

6. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны 2, 3, 4.

1) .

 2) .

 3) .

 4) .

7. Углы треугольника относятся как 3:2:1. Найдите соответствующее отношение его сторон.

 1) 3:2:1.

 2) 1:2:3.

 3) 2::1.

 4) ::1.

8. В треугольнике *DEF* сторона *DE* = 4 см, *D*=60, *F*=45, Найдите сторону *EF*.

 1) 6 см.

 2) см.

 3) см.

 4) см.

9. В треугольнике *RST* *RT* = 12 см, *S* = 60. Найдите радиус описанной окружности.

 1) 6 см.

 2) см.

 3) см.

 4) см.

10. В треугольнике *PQR* *PQ* = 10 см, *R* = 150. Найдите радиус описанной окружности.

 1) 8 см.

 2) 10 см.

 3) 12 см.

 4) 14 см.

11. Найдите длину окружности, описанной около правильного треугольника со стороной 3 см.

 1) см.

 2) см.

 3) см.

 4) см.

12. Найдите длину окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной 3 см.

 1) см.

 2) см.

 3) см.

 4) см.

13. Найдите длину окружности, описанной около квадрата со стороной 2 см.

 1) см.

 2) см.

 3) см.

 4) см.

14. Найдите длину окружности, описанной около правильного шестиугольника со стороной 2 см.

 1) см.

 2) см.

 3) см.

 4) см.

15. Найдите длину окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной 2 см.

 1) см.

 2) см.

 3) см.

 4) см.

16. Найдите радианную меру угла в 45.

 1) .

 2) .

 3) .

 4) .

17. Сколько градусов содержит центральный угол окружности, опирающийся на хорду, равную радиусу этой окружности.

 1) 30.

 2) 45.

 3) 60.

 4) 90.

18. Длина окружности равна *C*. Найдите длину дуги, центральный угол которой равен 135.

1) 0,5 *C*.

 2) 0,25 *C*.

 3) 0,75 *C*.

 4) 0,375 *C*.

19. Длина окружности больше периметра вписанного в неё правильного шестиугольника на 8 см. Найдите радиус окружности.

 1) см.

 2) см.

 3) см.

 4) 4 см.

20. Дуга окружности, радиус которой равен 24 см и центральный угол равен 120, свёрнута в окружность. Найдите радиус этой окружности.

 1) 4 см.

 2) 8 см.

 3) 12 см.

 4) 16 см.

***Тест № 3*. *Площадь круга***

1. Найдите площадь круга, диаметр которого равен 4 см.

 1) см2.

 2) 2 см2.

 3) 4 см2.

 4) 16 см2.

2. Найдите радиус круга, если его площадь равна 45 дм2.

 1) 90 дм.

 2) 22,5 дм.

 3) 9 дм.

 4) 3дм.

3. Найдите диаметр круга, площадь которого равнялась бы сумме площадей двух кругов радиусов 4 см и 3 см.

 1) 7 см.

 2) 2 см.

 3) 4 см.

 4) 10 см.

4. Радиус окружности разделен пополам, и через точку деления проведена окружность, концентрическая данной окружности. Найдите отношение площадей соответствующих кругов.

 1) 1:2.

 2) 1:3.

 3) 1:4.

 4) 2:3.

5. Радиус окружности разделен на три равные части, и через точки деления проведены окружности, концентрические данной. Найдите отношения площадей частей, на которые они разделили соответствующий круг.

 1) 1:2:3.

 2) 1:4:9.

 3) 1:3:4.

 4) 1:3:5.

6. Найдите площадь круга, описанного около равностороннего треугольника со стороной 3 см.

1) 2 см2.

 2) 3 см2.

 3) 4,5 см2.

 4) 9 см2.

7. Найдите площадь круга, вписанного в правильный треугольник со стороной, равной 6 см.

1) см2.

 2) 2 см2.

 3) 3 см2.

 4) см2.

8. Найдите отношение площадей кругов, вписанного и описанного около единичного квадрата.

 1) 1:2.

 2) 1:4.

 3) 1: .

 4) :2.

9. Найдите площадь части круга (сектора), лежащего внутри центрального угла в 45, если радиус круга равен 8 дм.

 1) 4 дм2.

 2) 8 дм2.

 3) 16 дм2.

 4) 64 дм2.

10. Какую часть площади круга занимает сектор, если его центральный угол равен 150?

 1) .

 2) .

 3)

4) .

11. Сколько градусов содержит центральный угол сектора, если он составляет площади круга.

 1) 24.

 2) 48.

 3) 90.

 4) 96.

12. Найдите площадь кольца, заключенного между концентрическими окружностями радиусов *R* и *r* (*R>r*).

 1) *R*2 - *r*2.

 2) .

 3) .

 4) .

13. Найдите отношение площадей равностороннего треугольника и квадрата, периметры которых равны.

 1) 4:9.

 2) 1:.

 3) 1:3.

 4) :2.

14. Найдите площадь правильного шестиугольника, вписанного в окружность радиуса 4 см.

 1) 4 см2.

 2) 16 см2.

 3) 4 см2.

 4) 24 см2.

15. Найдите площадь части круга радиуса 2 см, расположенной вне вписанного в этот круг правильного шестиугольника.

 1) 2(2 -3) см2.

 2) 2(2 -3) см2.

 3) 4( -9) см2.

 4) 32 см2.

16. Периметры правильных многоугольников относятся как 2:3. Найдите отношение их площадей.

 1) 4:9.

 2) :.

 3) 2:3.

 4) 2:5.

17. Найдите отношение площадей правильных шестиугольников, один из которых вписан, а другой описан около данной окружности.

 1) 1:2.

 2) 3:4.

 3) 1:6.

 4) 2:3.

18. Около окружности радиуса 24 см описан многоугольник, площадь которого равна 96 см2.Найдите периметр многоугольника.

 1) 48 см.

 2) 24 см.

 3) 8 см.

 4) 16 см.

19. Найдите площадь правильного *n*-угольника, вписанного в круг радиуса *R*.

 1) .

 2) .

 3) .

 4) .

20. В окружность вписан правильный треугольник, площадь которого равна *Q*, а в треугольник вписана окружность. Найдите площадь получившегося кольца.

 1) .

 2) .

 3) .

 4) .

***Тест № 4*. *Координаты и векторы***

1. На прямой, перпендикулярной оси абсцисс, взяты две точки. У одной абсцисса равна -2. Чему равна абсцисса другой точки?

 1) 2.

 2) 0.

 3) -2.

 4) Нельзя определить.

2. На прямой, параллельной оси ординат, взяты две точки. Абсцисса одной из них равна 5. Чему равна ордината другой точки?

 1) 5.

 2) 0.

 3) -5.

 4) Нельзя определить.

3. Из точки *A*(-1, 8) опущен перпендикуляр на ось абсцисс. Найдите координаты его основания.

 1) (-1, 0).

 2) (0, 8).

 3) (1, 0).

 4) (0, -8).

4. Через точку *B*(5, -4) проведена прямая, параллельная оси абсцисс. Найдите координаты ее точки пересечения с осью ординат.

 1) (5, 0).

 2) (-5, 0).

 3) (0, -4).

 4) (0, 4).

5. Найдите координаты середины отрезка *CD*, если *C*(0, -9) и *D*(-5, 16). 1) (0, -3,5).

 2) (-2,5, 3,5).

 3) (-5, -7).

 4) (-2,5, -3,5).

6. Найдите геометрическое место точек на координатной плоскости, для которых *x* = -*y*.

 1) Прямые, параллельные оси абсцисс.

 2) Биссектрисы первого и третьего координатных углов.

 3) Биссектрисы второго и четвертого координатных углов.

 4) Прямые, перпендикулярные оси абсцисс.

7. Найдите расстояние между точками *M*(0, -8) и *N*(-1, 0).

 1) -3.

 2) 3.

 3) .

 4) .

8. Напишите уравнение окружности с центром в точке *O*(-2, 7), проходящей через начало координат.

 1) *x*2+*y*2 = 9.

2) (*x*-2)2 + (*y*+7)2 = 9.

 3) (*x*+2)2 + (*y-*7)2 = 53.

 4) *x*2+*y*2 = .

9. На оcи ординат найдите точку, одинаково удаленную от точек *E*(1, 2) и *F*(3, 4).

 1) (2, 1).

2) (-2, 0).

 3) (0, 2).

 4) (0, 5).

10. Сколько неравных векторов определяют вершины параллелограмма?

 1) 2.

 2) 4.

 3) 8.

 4) 12.

11. Сколько пар равных векторов определяют вершины квадрата?

 1) 4.

 2) 6.

 3) 8.

 4) 12.

12. Найдите сумму векторов .

 1) .

 2) .

 3) .

 4) .

13. Сторона равностороннего треугольника *KLM* равна *a*. Найдите .

 1) *a*.

 2) *a*.

 3) *a*.

 4) *a*.

14. В прямоугольном треугольнике *ABC* (*C*=90) стороны *AC* = 6 см и *BC* = 8 см. Найдите .

 1) 14 см.

 2) 100 см.

 3) 10 см.

 4) 5 см.

15. В треугольнике *FGH* точки *M* и *N* – середины соответственно сторон *FG* и *GH*. Выразите вектор через векторы и .

 1) .

 2) .

 3) .

 4) .

16. При каком расположение векторов и достигается равенство | -|=|| - ||?

 1) Сонаправлены.

 2) Противоположно направлены.

 3) Лежат на одной прямой.

 4) Лежат на параллельных прямых.

17. Найдите координаты вектора , если *P*(1, -3) и *Q*(3, -1).

 1) (2, 0).

 2) (2, 2).

 3) (2, -2).

 4) (1, 2).

18. Вектор имеет координаты (9, -12). Найдите координаты точки *C*, если *A*(-6, 5).

 1) (3, -7).

 2) (-3, -17).

 3) (-3, 17).

 4) (-3, -7).

19. Найдите скалярное произведение векторов и , если *A*(0, -5), *B*(3, 6), *C*(-8, 10).

 1) -180.

2) -59.

 3) 29.

 4) 11.

20. Какой угол образуют единичные векторы и , если векторы 2 + 4 и 5 - 4 перпендикулярны?

 1) 30.

 2) 60.

3) 120.

4) cos = .

**§ 7. ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ**

 ***Движение***

1. Как, используя центральную симметрию, измерить расстояние между двумя объектами, между которыми находится, например, дом?

2. Как, используя центральную симметрию, измерить расстояние между двумя объектами *M* и *N*, если между ними два дома *D*1, *D*2 и невдалеке кустарник *К* (рис. 21).

 

3. На участке прямоугольной формы находятся две дачи *D*1, *D*2 и колодец *К* (рис. 22). Как нужно поставить забор, чтобы участки дач были равны и колодец находился на их границе?

4. На участке имеется площадка. Как провести прямую изгородь, чтобы она разделила и участок, и площадку на две равные части, если: а) и участок, и площадка имеют прямоугольную форму (рис. 23,а); б) участок имеет форму параллелограмма, площадка – круга, и расположены они так, как показано на рисунке (рис. 23,б)?



5. Между двумя пунктами *P* и *Q*: а) протекает река (рис. 24,а); б) протекают две реки (рис. 24,б). Где нужно построить переправу, чтобы соединить пункты самой короткой дорогой?



6. Как восстановить садовый участок квадратной формы, если сохранились три столбика от ограды его периметра – два на противоположных сторонах и один – в центре?

7. Как восстановить участок квадратной формы, если от его ограды сохранились четыре столбика – по одному на каждой его стороне? Всегда ли это можно сделать?

8. В каком направлении нужно ударить бильярдный шар *X* (рис. 25), чтобы он, ударившись о стенку *BC* прямоугольного стола, попал в шар *Y*?

 

9. В каком направлении нужно ударить бильярдный шар *X* (рис. 25), чтобы он, последовательно ударившись о четыре стенки *AB*, *BC* , *CD* и *AD* прямоугольного стола, попал в шар *Y*?

10. На клетчатой бумаге в вершинах клеток поставлены две точки *O* и *P* так, как показано на рисунке 26. Не проводя никаких линий, найдите точку *P*1, в которую перейдет точка *P* при повороте вокруг точки *O* на угол, равный -90.

***Площадь круга и его частей***

11. Дерево имеет в обхвате 1,2 м. Найдите площадь поперечного сечения в этом месте, имеющего приблизительно форму круга.

12. Часы, установленные на высотном здании Московского государственного университета, имеют диаметр около 8,8 м. Найдите площадь, которую занимает циферблат этих часов. Сравните её с площадью вашего кабинета.

13. Найдите площадь бумажного змея, чертёж которого приведен на рисунке 27, в масштабе 1 клетка = 0,1 м.



14. Из медного квадратного листа вырезали круг наибольшего диаметра. Найдите площадь листа, если площадь круга равна 68,68 см2.

15. Сколько нужно семян, чтобы засеять круглую клумбу диаметром 3,2 м, если на 1 см2 идет 0,0004 г?

16. Сколько нужно песка, чтобы окружить круглую клумбу прилегающей к ней дорожкой шириной 0,5 м, если на 1 м2 требуется 0,8 дм3 песка и наибольший диаметр равен 18 м?

17. В будильнике минутная стрелка длиннее часовой на 8 мм. Найдите длину этих стрелок, если площадь кольца, заключённого между окружностями, которые они описывают, равна 4,48 см2.

18. На рисунке 28 изображена мишень. В каком отношении находятся площади её наименьшего круга и круговых колец, если ширина каждого кольца равна радиусу внутреннего круга.



19. Найдите площади сечений деталей, заштрихованных на рисунке 29, приняв стороны равностороннего треугольника и квадрата за единицу.



20. Найдите площади деталей, заштрихованных на рисунке 23.



***Тригонометрия***

21. Тропинка длиной 1,8 км, поднимаясь в гору, образует с горизонтом угол 6. На какой высоте от подошвы горы находится база альпинистов, расположенная на вершине горы.

22. Объясните, как можно найти высоту дерева, используя прибор – *высотомер*, изображенный на рисунке 27.

23. Самолет был обнаружен вертикальным лучом прожектора, расположенным в 1,5 км от аэропорта. В то же время диспетчер в аэропорту увидел этот самолет под углом в 30. Найдите высоту, на которой находился самолет в этот момент и расстояние от самолета до аэропорта.

24. Самолет находится на высоте 7000 м и приближается к аэропорту. Для посадки летчик должен производить снижение под постоянным углом 6. На каком расстоянии от посадочной полосы он должен начать снижение?

25. Ширина дачного домика равна 6 м, ширина одного ската его двускатной крыши равна 5 м. Под каким углом к потолку поставлены стропила крыши?

26. На склоне холма стали рыть туннель длиной 0,5 км по направлению, составляющему с горизонтом угол 5. На каком расстоянии от поверхности холма будет находиться конец туннеля, если скат холма образует с горизонтом угол наклона 30?

27. Для определения высоты колонны поступили следующим образом: отошли от её основания на 100 м, поставили угломерный прибор высотой 1,6 м и установили, что вершина колонны видна под углом 22. Найдите высоту колонны.

28. Из некоторой точки вершина горы видна под углом 30. При приближении к горе на 0,5 км вершина стала видна под углом 45. Найдите высоту горы.

29. Корабль движется на восток со скоростью 16 узлов (один узел равен одной морской миле в час, одна морская миля равна 1,852 км). В 12 часов азимут направления на маяк составил 60, а в 12 часов 30 минут составил 30. Определите расстояние, на котором находился корабль от маяка в 12 часов 30 минут.

30. Из городов *A* и *C* одновременно выезжают два поезда в направлениях *AB* и *CD*. Скорость первого поезда 80 км/ч, второго – 100 км/ч. Направления движения *AB* и *CD* пересекаются в точке *M* под углом 60, причем *AM =* 150 км, *CM* = 120 км. Определите, через какое время от начала движения поезда удалятся друг от друга на расстояние, равное расстоянию между городами *A* и *C*.

***Координаты и векторы***

31. На рисунке 31 изображено колесо карусели, закреплённое в центре *O* планкой *AB*, причём *AO = OB*. По периметру колеса расположены кресла. Докажите, что сумма квадратов расстояний от них до концов планки есть величина постоянная.

 

32. Проводятся соревнования по ориентированию на местности. Участникам раздали карты, на которых пункты сбора отмечены в вершинах четырёхугольника, имеющих координаты *A*(-2, -5), *B*(-5, 3), *C*(3, 9), *D*(8, -3). Спортсмены разбиты на четыре команды, которые должны начать движение из точек *E*, *F*, *G* и *H* – середин соответствующих сторон *AB*, *BC*, *CD* и *AD* четырёхугольника – в пункты, расположенные в серединах отрезков, соединяющих середины противоположных сторон четырёхугольника. Изобразите план и определите координаты точек *E*, *F*, *G*, *H*, точек – пунктов встреч, а также расстояние, которые прошли команды до места встреч.

33. Определите расстояние между пунктом *O* и недоступной точкой *M*, если известны расстояния (в км) *OA*, *OB* и *OC*, где *A*, *B*, *C* – пункты, расположенные в вершинах треугольника, центроидом которого является точка *M*. Точки имеют следующие координаты: *O*(0, 0), *A*(-7, 8), *B*(8, 15), *C*(-4, 1).

34. Участок *ABC* треугольной формы разделили на две равновеликие части, проведя межу *AO* (рис. 32). В свою очередь, *AO* тоже разделили пополам вехой *M* и провели межу *BM*, которая пересекла *AC* в точке *D*. Докажите, что .

35. К одной точке приложены три силы *P*1 = 30*H*, *P*2 = 50*H*, *P*3 = 30*H*, располагающиеся в одной плоскости. Углы между соседними силами равны 120. Найдите величину и направление равнодействующей силы.

36. Какую силу нужно приложить к прямолинейному направлению движения под углом: а) 45; б) 60, чтобы на пути в 1 км она совершила работу, равную 200 Дж?

37. Под каким углом нужно приложить силу в 20*H* к прямолинейному направлению движения, чтобы на пути в 50 м она совершила работу в 100 Дж?

38. Какой угол образуют единичные векторы и , если известно, что векторы и перпендикулярны.

39. Какой геометрический смысл имеет формула: а) ; б) ?

40. Под каким углом видит путешественник береговую полосу *AB* с корабля *K*, если *KAB* – равнобедренный треугольник, медианы которого, проведенные к боковым сторонам перпендикулярны (рис. 33).



**О Т В Е Т Ы**

***Самостоятельные работы***

**1**

Вариант 1. **1.** Его середина. **5.** Точка *M*. **6.** Да, например, прямая.

Вариант 2. **1.** Середина отрезка *KL*. **5.** Точка *M*; параллелограмм. **6.** Нет.

**2**

Вариант 1. **2.** Равносторонний треугольник. **3.** Отрезок. **4.** 180. **5.** см. **6.** *Указание*. Рассмотрите поворот вокруг точки *O* – центра данного пятиугольника, на 72.

Вариант 2. **2.** Квадрат. **3.** Правильный восьмиугольник. **4.** 180. **6.** *Указание*. Рассмотрите поворот вокруг точки *O* – центра данного шестиугольника, на 60.

**3**

Вариант 1. **3.** а) Серединный перпендикуляр к отрезку; б) прямая, на которой лежит высота, проведенная к основанию треугольника; в) любая прямая, перпендикулярная к данной прямой; а), б) одна ось; в) бесконечно много осей.

Вариант 2. **3.** а) Прямая, на которой лежит биссектриса угла; б) прямые, на которых лежат высоты треугольника; в) прямая, параллельная данным и отстоящая от них на одинаковое расстояние; а), в) одна ось; б) три оси.

**4**

Вариант 1. **2.** 8. **3.** а) Отрезки равны и параллельны; б) прямые параллельны.

Вариант 2. **2.** 8. **3.** а) Окружности равны; б) лучи сонаправлены.

**5**

 Вариант 1. **1.** Осевая симметрия относительно прямой, на которой лежит данный луч. **2**. Параллельный перенос. **3.** Центральной симметрии относительно центра квадрата; четырех осевых симметрий относительно прямых, на двух из которых лежат диагонали квадрата и на двух - прямые, соединяющие середины его противоположных сторон; симметрии 4-го порядка относительно центра квадрата. **5.** Решение показано на рисунке 34, где точка *N*’ симметрична точке *N* относительно прямой *l*.



Вариант 2. **1.** Осевая симметрия относительно данной прямой. **2**. Да. **3.** Трех осевых симметрий относительно прямых, на которых лежат высоты треугольника; симметрии 3-го порядка относительно его центра. **5.** а) Решение показано на рисунке 35,а, где точка *K*’ симметрична точке *K*  относительно прямой *m*; б) если *KLm* (рис. 35,б), то любая точка прямой *m* удовлетворяет условию, так как *m* является серединным перпендикуляром отрезка *KL*, если прямая *KL* не перпендикулярна прямой *m*, то решения нет. **6.** Прямоугольник.



**6\***

 Вариант 1. **1.** Прямоугольник, им можно заполнить всю плоскость. **3.** Два цвета. **4.** Три цвета.

 Вариант 2. **1.** Ромб, им можно заполнить всю плоскость. **3.** Три цвета. **4.** Два цвета.

**7**

 Вариант 1. **1.** а) Если стороны не равны, квадраты подобны; если равны – квадраты равны; б) имеют по равному углу и соответствующие стороны пропорциональны. **2.** 27 см. **3.** 11,1 см. **4.** Решение показано на рисунке 67, где точка *O* – центр окружности, описанной около данного треугольника *ABC*, *A*’*B*’*C*’ – искомый треугольник. **5.** Строим *A* = 60, на его сторонах откладываем отрезки *AB*1 = 2 см и *AD*1 = 5 см. Через *B*1 проводим прямую *a||AD*1, строим *D*1 = 45 в одной полуплоскости с углом *A* относительно прямой *AD*1, у которого одна сторона - *D*1*A*, а другая пересекает прямую *a* в точке *C*1. Трапеция *AB*1*C*1*D*1 подобна искомой. На расстоянии *h* = 3,5 см от прямой *AD*1 в одной полуплоскости относительно неё с прямой *a* проведем прямую *b||AD*1, *B = AB*1*b*,  *C = AC*1*b*. Строим *C* = 135, у него одна сторона *CB*, а другая пересечёт *AD*1 в точке *D*. *ABCD*– искомая трапеция, гомотетичная трапеции *AB*1*C*1*D*1. **6.** *ABCD* – данный четырёхугольник, диагонали пересекаются в точке *O* (рис. 36), *A*1,*B*1, *C*1, *D*1 – основания перпендикуляров, опущенных на диагонали из соответствующих вершин данного четырёхугольника. Около четырёхугольника *BB*1*C*1*C* можно описать окружность (у него равны суммы противоположных углов), следовательно, *OBC* = *OB*1*C*1 и *OBA* = *OB*1*A*1, значит, *ABC* = *A*1*B*1*C*1. *BOC B*1*OC*1, откуда следует, что ; *AOB A*1*OB*1, откуда . Следовательно, , т. е. стороны четырёхугольников, содержащие равные углы, пропорциональны. Аналогично можно показать, что и остальные углы четырёхугольников соответственно равны и содержащие их стороны пропорциональны. Таким образом, четырехугольники *ABCD*и *A*1*B*1*C*1*D*1 подобны.

 

Вариант 2. **1.** а) Имеют по равному углу; б) соответствующие стороны пропорциональны. **2.** 135 см. **3.** 36 см. **4.** Решение показано на рисунке 37, где точка *M* – центроид треугольника *ABC*, *AA*’ = *MA*1, *BB*’ = *MB*1 и *CC*’ = *MC*1, *A*’*B*’*C*’ - искомый треугольник. **5.** Строим прямоугольный треугольник *A*’*DH*’, у которого *H*’ = 90, *A*’*H*’ = 2 см и *A*’*D* = 3 см. Продолжаем *DH*’ за точку *H*’ и откладываем *DC*’=5 см; проводим через точку *A*’ прямую *a||DH*’; откладываем *C*’=70 в одной полуплоскости с построенным треугольником относительно прямой *DH*’, у этого угла одна сторона *C*’*D*, а вторая его сторона пересечёт прямую *a* в точке *B*’. Трапеция *A*’*B*’*C*’*D* подобна искомой трапеции. На *DB*’ откладываем *DB* = 4 см и через точку *B* проводим прямые, параллельные *A*’*B*’ и *B*’*C*’, на *DA*’ и *DC*’ получаем точки пересечения соответственно *A* и *C*. Трапеция *ABCD* - искомая. **6.** Проведем биссектрису внешнего угла при вершине *A* данного треугольника *ABC*, она пересечет прямую *BC* в точке *K* (рис. 38). Опустим из вершины *B* перпендикуляр на *AK*, *BLAK* и *BLAC = M*. Тогда четырёхугольник *BLAG* – прямоугольник (все углы прямые, *LAB+BAG* = 90), значит, *BL*||*AG* и *BL=AG*, *LA||BG* и *LA = BG*. Треугольник *BAF* – равнобедренный (у него *AG* одновременно является высотой и биссектрисой), значит, *BG* = *BF*. Аналогично, треугольник *MAB* - равнобедренный, и *BL* =*BM*. Кроме этого, по условию *BD = BC*. Так как точки *C*, *F*, *M* принадлежат одной прямой, то точки *D*, *G*, *L* тоже принадлежат одной прямой (*LD* – средняя линия треугольника *MBC* и делит *BF* в середине, т. е. *GLD*). Наконец, *DEGDBL* (по углам) и *DHGDAL* (по углам), откуда . Следовательно, *HE||AB*.

 

**8\***

 Вариант 1. **1.** 35. **2.** 36, 72, 72. **6.** Проведем в окружности с центром в точке *O* два перпендикулярных диаметра *AB* и *CD* (рис. 39), точка *E* - середина радиуса *OC*, отрезок *EF* равен отрезку *EA*. Отрезок *AF* равен стороне правильного пятиугольника, вписанного в данную окружность (заметим, что отрезок *OF* равен стороне правильного десятиугольника, вписанного в данную окружность).

 Вариант 2. **1.** а) Треугольники типа *AD*1*C*1, *ACD* и *BAC*1; б) треугольники типа *AD*1*B* и *ABC*; в) пятиугольники *ABCDE* и *A*1*B*1*C*1*D*1*E*1. **2.** 108, 36, 36. **6.** Пусть прямая *DF* делит крест на две равновеликие части, тогда *SDEF* = 2,5 кв. ед. Обозначим *DC = x*, *GF = y*. Учитывая, что сторона каждого квадрата равна 1, получим . Рассмотрим треугольники *DCA* и *AGF*, они подобны (по углам), значит, . Решая соответствующую систему уравнений, найдем *x* = , значит, *BD* =, т. е. точка *D* делит отрезок *BC* в золотом отношении.

**9**

Вариант 1. **1.** 9 см2. **2.** 1 : 36. **3.** 7 дм2, 63 дм2, 343 дм2. **4.** . **5\*.** Решение представлено на рисунке 35. **6\*.**, .

Вариант 2. **1.** 16 см2. **2.** 3 : 1. **3.** 200 дм2. **4.** 80 см2 и 120 см2. **5\*.** См. рис. 35: *AB* равна диагонали квадрата со стороной *AB*1. **6\*.**.

**10**

Вариант 1. **1.** см. **2.** 0, , . **3.** Тупой. **4.** 16 см. **5.** 120.

Вариант 2. **1.** см. **2.** 0, , . **3.** Тупой. **4.** 7 см, 8 см. **5.** Тупоугольный, имеет угол в 120.

**11**

Вариант 1. **1.** . **2.** 14 см. **3.** *E* = 180- (*C+D*); *CE* = ; *CD* = . **4.** sin *G* = ; *F*=180- (*H+G*); *GH* = . **5.** 7 см. **6.** *R* = ; *B L* = ; *BM* = .

Вариант 2. **1.** 0,42. **2.** см. **3.** *K*=180- (*L+M*); *KM* = ; *LM* = . **4.** sin *P* = ; *O* = 180- (*N+P*); *PN* = . **5.** 6 см. **6.** *R* = ; *AM* = .

**12**

Вариант 1. **1.** 12 см. **2.** а) *R*; б) *R*. **3.** 1080 см, 540 см. **4.** Нужно построить окружность с радиусом: а) *R+r*, где *R* и *r* – радиусы данных окружностей; б) *R*, где *R –* радиус данной окружности. **5.** 6 см, 18 см. **6.** .

Вариант 2. **1.** 1 см. **2.** а) *r*; б) *r*. **3.** 720 см, см. **4.** Нужно построить окружность с радиусом: а) *R-r*, где *R* и *r* – радиусы данных окружностей и *R > r*; б) 4*R*, где *R –* радиус данной окружности. **5.** 12 см. **6.** .

**13\***

Вариант 1. **2.** Одна ось симметрии. **4.** Астроида.

Вариант 2. **2.** Имеет центр симметрии и 4 оси симметрии. **4.** Астроида.

**14**

Вариант 1. **1.** 34 см; 34 см. **2.** 423 мм2. **3.** 100 см2. **4.** .

Вариант 2. **1.** 38 см; 361 см2. **2.** 63 мм2. **3.** 40 дм. **4.** .

**15**

Вариант 1. **1.** а) *CD*; б) *BD*; в) нельзя определить. **2.** 851 см2. **3.** Равнобедренный треугольник (воспользуйтесь рисунком 40).

 

**4.** Равнобедренный треугольник. **5\***. Равнобедренный треугольник (рис. 41). **6\*.** Воспользуйтесь рисунком 42.

 

Вариант 2. **1.** Наименьшая – *DE*; наибольшая – *DF*. **2.** 0 < *S* < 256,5 см2. **3.** Квадрат (воспользуйтесь рисунком 43).

****

**4.** Воспользуйтесь рисунком 44. **5\*.** Воспользуйтесь рисунком 45.

** **

**6\*.** Воспользуйтесь рисунком 46.

****

**16**

Вариант 1. **1.** *H*(1, 0), *P*(0, 0). **2.** а) (5,5, -6); б) (-5, -3,5). **3.** (4, 0). **4.** а) (4, -9); б) (4, 9); в) (-4, -9). **5\*.** Точки вне полосы, ограниченной прямыми *x =* 5, *x =* -5. **6\*.** Точки вне круга с центром в начале координат и радиусом .

Вариант 2. **1.** *E*(0, 1), *F*(3, 0). **2.** а) (3, -5,5); б) (0,4, -2). **3.** (0, -3). **4.** а) (6, 4); б) (-6, -4); в) (-6, 4). **5\*.** Точки полосы, ограниченной прямыми *y =* 4, *y* = -4. **6\*.** Внутренние точки круга с центром в начале координат и радиусом .

**17**

Вариант 1. **1.** . **2.** *x*2 + (*y* + 13)2 = 121. **3.** Равнобедренный, . **4.** (0, -1). **5\*.** Да. **6\*.** (-6, 6), (-30, 30).

Вариант 2. **1.** . **2.** (*x* + 11)2 + *y*2 = 144. **3.** Равнобедренный, . **4.** . **5\*.** Нет. **6\*.** (-4, 4), (20, -20).

**18**

Вариант 1. **3.** а) ; б) .

Вариант 2. **3.** а) ; б) .

**19**

Вариант 1. **3.** а) ; б) ; в) ; г) -. **4.** а) *m* > 0; б) -1 < *m* < 1. **5\*.** , где 0 < *a* < 1. **6\*.** *Указание*. Если *M* не принадлежит *KL*, то в треугольнике *MKL* продолжите медиану *MO* на равный ей отрезок *OM*1 и рассмотримте параллелограмм *KMLM*1.

Вариант 2. **3.** а) ; б) ; в) ; г) . **4.** а) *n* < 0; б) *n* > 1, *n* < -1. **5.** , где *a* < 0 и , , где *b* < 0.

**20**

Вариант 1. **2.** а) (1, -1); б) (5, -1); в) (-10, -6); г) (20, -13). **3.** а) (-14, -4); б) (8, -2). **4.** (9,6, -6,4).

Вариант 2. **2.** а) (0, -2); б) (-15, 11); в) (24, 20); г) (12, 9). **3.** а) (37, -48); б) (-10, 1). **4.** (-6,4, 12).

**21**

Вариант 1. **1.** . **2.** а) 8; б) -12; в) 0. **3.** Тупоугольный. **4.** . **5\*.** 57.

Вариант 2. **1.** 2. **2.** а) 1; б) ; в) 0. **3.** Тупоугольный. **4.** -6. **5\*.** 66.

**22**

Вариант 1. **1.** *x* + 5 = 0. **2.** (0, 4), (-2, 0). **3.** *x* – *y* – 3 = 0, (1, -1). **4.** (7, -3). **5\*.** 2*x* + 3*y* + 16 = 0, 3*x* – 2*y* + 11 = 0. **6\*.** *y* – 5 = 0.

Вариант 2. **1.** *y* +4 = 0. **2.** (0, 2), (12, 0). **3.** 3*x* + 2*y* = 0, (3, 2). **4.** (-3, 4). **5\*.** а) (*x* + 1)2 + (*y* – 3)2 = 9; б) (*x* + 0,5)2 + (*y* – 6)2 = 0,25. **6\*.** *x* – 13 = 0.

**23\***

Вариант 1. **1.** Первая и четвертая четверти координатной плоскости. **2**. Квадрат, расположенный во второй четверти координатной плоскости. **5\*.** (1, 2), *y* + 6 = 0. **6\*.** .

Вариант 2. **1.** Третья и четвертая четверти координатной плоскости. **2**. Прямоугольник, расположенный в четвертой четверти координатной плоскости. **5\*.** (0, -2), . **6\*.** *F*1(-, 2), *F*2(, 2), (, 0), (-, 0).

**24\***

Вариант 1. **5\*.** 10,5. **6\*.** Да.

Вариант 2. **5\*.** 3. **6\*.** Да.

**25**

Вариант 1. **3.** а) -2; б) 2,5; в) 0; г) . **4.** а) 0; б) ; в) -3; г) . **5\*.** а) = 90 + 360*n*, где *n* – произвольное целое число; б) = 180*n*, где *n* – произвольное целое число. **6\*.** а) -90 + 360*n*   90 + 360*n*, где *n* – произвольное целое число; б) -30 + 180*n* < < 30 + 180*n*, где *n* – произвольное целое число.

Вариант 2. **3.** а) 0; б) 0; в) ; г) . **4.** а) 0; б) ; в) ; г) -1. **5\*.** = -90 + 360*n*, где *n* – произвольное целое число; б) = 90+ 180*n*, где *n* – произвольное целое число. **6\*.** а) 360*n* < < 180 + 360*n*, где *n* – произвольное целое число; б) -45 + 180*n*   45 + 180*n*, где *n* – произвольное целое число.

**26\***

Вариант 1. **2.** а) (-1, 0); б) (0, -2). **3.** а) Окружность с центром в начале координат и радиусом 1; б) луч с вершиной в начале координат, составляющий с полярной осью угол . **4.** . **5\*.** . **6\*.** .

Вариант 2. **2.** а) (, ); б) (2, ). **3.** а) Луч с вершиной в начале координат, составляющий с полярной осью угол 30; б) окружность с центром в начале координат и радиусом 2. **4.** . **5\*.** . **6\*.** .

***Контрольные работы***

***№ 1***

Вариант 1. **1.** Десятиугольник. **2.** 7. **3.** 45о. **5.** .

Вариант 2. **1.** Четырнадцатиугольник. **2.** 5. **3.** 60о. **5.** .

***№ 2***

Вариант 1. **1.** . **2.** 7 см. **3.** . **4.** . **5.** .

Вариант 2. **1.** . **2.** 5,5. **3.** . **4.** . **5.** .

***№ 3***

Вариант 1. **1.** . **2.** На см. **3.** . **4.** 8. **5.** .

Вариант 2. **1.** . **2.** На см. **3.** . **4.** 4. **5.** .

***№ 4***

Вариант 1. **1.** 1. **2.** . **3.** (–2, 1), 1. **4.** 2*x +*3*y* – 7 = 0. **5.** .

Вариант 2. **1.** 1. **2.** . **3.** (3, –2), 2. **4.** *x +*2*y* – 5 = 0. **5.** .

***Т е с т ы***

|  |  |
| --- | --- |
| Номерзадания | Номер теста |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 3) | 3) | 3) | 3) |
| 2 | 2) | 4) | 4) | 4) |
| 3 | 4) | 1) | 4) | 1) |
| 4 | 4) | 2) | 3) | 3) |
| 5 | 3) | 3) | 4) | 2) |
| 6 | 2) | 1) | 2) | 3) |
| 7 | 1) | 3) | 3) | 4) |
| 8 | 1) | 4) | 1) | 3) |
| 9 | 2) | 3) | 2) | 4) |
| 10 | 2) | 2) | 4) | 3) |
| 11 | 2) | 2) | 4) | 1) |
| 12 | 2) | 1) | 3) | 2) |
| 13 | 4) | 2) | 1) | 3) |
| 14 | 3) | 4) | 4) | 3) |
| 15 | 3) | 2) | 2) | 1) |
| 16 | 2) | 2) | 1) | 1) |
| 17 | 3) | 3) | 2) | 2) |
| 18 | 1) | 4) | 3) | 1) |
| 19 | 3) | 1) | 2) | 4) |
| 20 | 4) | 2) | 2) | 2) |

***Задачи с практическим содержанием***

**1.** Пусть нужно измерить расстояние между объектами *A* и *B* (рис. 47), между которыми находится дом *D*. Строим точку *A*1, центрально симметричную точке *A* относительно некоторой выбранной точки *O*. Аналогично строим точку *B*1, центрально симметричную точке *B* относительно той же точки *O*. Точку  *O* выбираем таким образом, чтобы дом *D* не мешал построению *A*1 и *B*1. Отрезок *A*1*B*1 центрально симметричен отрезку *AB* относительно точки *O*. Следовательно, *A*1*B*1*=AB*.



**2.** Поступаем так же, как в задаче 1, см. рисунок 48.



**3.** Поставить забор по прямой, соединяющей *K* и центр симметрии прямоугольника, т. е. точку пересечения его диагоналей.

**4.** а) Провести прямую через точки пересечения диагоналей двух прямоугольников – участка и площадки; б) любая прямая, проведенная через точку пересечения диагоналей параллелограмма и центр круга, разделит и участок, и площадку на две равные части.

**5.** Решение показано на рисунке: а) 49,а, где *P*1 получена из *P* параллельным переносом на вектор , причем его длина равна ширине реки; *MO* – мост, *PMOQ* – весь путь; б) 49,б, построение аналогично случаю а), только выполняется дважды; *MO*, *GH* – мосты, *PMOGHQ* – весь путь.



**6.** Пусть сохранились точки *M*, *N* на противоположных сторонах квадрата и его центр *O*. Проведем отрезок *MN* (рис. 50), найдем его середину – точку *H*, соединим ее с *O* и сделаем параллельный перенос на вектор . Тогда точки *M* и *N* перейдут соответственно в точки *M*1 и *N*1. Проведем прямые *MM*1 и *NN*1. Возьмем поворот вокруг точки *O* на 90, отрезок *M*1*N*1 перейдет в отрезок *KL*, *KLM*1*N*1 и *KL=M*1*N*1. Через точки *K* и *L* проведем прямые соответственно *k* и *l*, перпендикулярные *MM*1 (или *NN*1), *A=MM*1*k*, *B=MM*1*l*, *C=NN*1*l*, *D=NN*1*k*. Заметим, что если точка *H* совпадает с точкой *O*, то построение остается таким же, только вместо отрезка *M*1*N*1 берем сам отрезок *MN*.



**7.** Пусть сохранились точки *K*, *L*, *M*, *N* на сторонах квадрата (рис. 51,а). Проведем отрезок *MN*, из точки K опустим на него перпендикуляр, *KH=MN*. Проведем прямую *LH*, через точку *K* проведем прямую *k||LH*. Через точки *M* и *N* проведем соответственно прямые *m* и *n*, перпендикулярные *k* (или *LH*), *A=km*, *B=LHm*, *C=LHn*, *D=kn*. *ABCD* – искомый квадрат. Если точка *H* совпадет с точкой *L*, то в этом случае будет бесконечно много решений (рис. 51,б), и участок восстановить не удастся.



**8.** Решение показано на рисунке 52, где *X*1 – точка, симметричная точке *X* относительно прямой *BC*, 1=2.

 

**9.** Решение показано на рисунке 53, где *X*1 – точка, симметричная точке *X* относительно прямой *AB*, *X*2 – точка, симметричная точке *X*1 относительно прямой *BC*. Аналогично, *Y*1 – точка, симметричная точке *Y* относительно прямой *AD*, *Y*2 – точка, симметричная точке *Y*1 относительно прямой *CD*. Соединим точки *X*2 и *Y*2, *E*=*X*2*Y*2*BC* и *F=X*2*Y*2*CD*, *G=X*1*EAB*, *H=Y*1*FAD*; 1=2, 3 =4, 5=6, 7=8; *XGEFHY* – искомый путь.

**10.** Отрицательный угол поворота (-90°) означает, что он будет осуществляться по часовой стрелке. Рассматриваем прямоугольник *OHPG* (рис. 54) и поворачиваем его вокруг точки *O* на -90°, при этом точка *O* останется на месте, точка *H* перейдет в точку *H*1, *P* – в *P*1 и *G* – в *G*1. Значит, диагональ *OP* перейдет в диагональ *OP*1 прямоугольника *OH*1*P*1*G*1, *P*1 – искомая точка.



**11.** 0,12 м. **12.** 61 м2. **13.** 0,39 м2. **14.** 88 см2. **15.** 32 г. **16.** 22 дм3. **17.** 3,2 см, 2,4 см. **18.** 1 : 3 : 5 : 7. **19.** а) ; б) ; в) . 2**0.** а) ; б) ; в) . **21.** 188 м. **23.** 866 м; 1,733 км. **24.** Решение показано на рисунке 55; *BC* 67 км.

 

**25.** 53. **26.** Решение показано на рисунке 56; *HB*  287 м. **27.** 42 м. **28.** Решение показано на рисунке 57; *BH* 683 м.

 

**29.** Решение показано на рисунке 58; *NM* 14,816 км. **30.** Решение показано на рисунке 59; *t* 2 ч 48 мин.

 

**31.** Решение показано на рисунке 60. **32.** *E*(-3,5, -1), *F*(-1, 6), *G*(5,5, 3), *H*(3, -4). Середины *EG* и *FH* совпадают, это точка с координатами (1, 1). **33.** 8,065 (км). **35.** Решение показано на рисунке 61; равнодействующая сила *R* = 20*H*. **36.** а) 0,39*H*; б) 0,23*H*. **37.** 7136’. **38.** 60. **40.** 3652’.

******

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

 Предисловие………………………………………………. 2

 § 1. Программа изучения учебного материала …………. 4

§ 2. Тематическое планирование..……..………………… 6

§ 3. Математические диктанты..……..…………………… 10

 § 4. Самостоятельные работы……………………………. 23

§ 5. Контрольные работы…………………………………. 48

§ 6. Тесты…………………………………………………. . 52

§ 7. Задачи с практическим содержанием…………………64

Ответы…………………………………………..……………70