**И. М. СМИРНОВА, В. А. СМИРНОВ**

**Г Е О М Е Т Р И Я**

## ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

## ДЛЯ 8 КЛАССА

**ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ**

**МОСКВА**

**МНЕМОЗИНА**

**2021**

#### П Р Е Д И С Л О В И Е

 Предлагаемые дидактические материалы по геометрии предназначены для работы в 8 классе по учебнику: Смирнова И. М., Смирнов В. А. Геометрия: учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений (М.: Мнемозина, 2020).

 В учебное пособие включены математические диктанты, самостоятельные и контрольные работы, тесты, задачи с практическим содержанием и с элементами стереометрии.

*Диктанты* представлены в двух вариантах ко всем параграфам названного учебника. Это задания с пропусками, которые заполняются учениками. Как правило, математический диктант проводится в начале урока в течение небольшого промежутка времени (оптимально 7-8 минут). Он хорошо активизирует учебную деятельность школьников, способствует систематизации, обобщению знаний учащихся, повторению теоретического материала.

Предлагаемые *самостоятельные работы* так же как и диктанты составлены по каждому параграфу учебника. Предусмотрено два равноценных варианта. В каждом из них по 6 заданий, которые распределены по трём уровням: первые два задания легче (они отмечены кружком), вторые два – это задания базового, стандартного уровня и последние два – повышенного уровня трудности (помечены звёздочкой). В самостоятельные работы включены разнообразные задачи на доказательство, вычисление и построение. Они помогут лучше освоить содержание обучения геометрии, сформировать необходимые представления, выработать практические навыки, развить логическое мышление, проверить качество освоения материала.

*Контрольные работы* охватывают все основные разделы курса геометрии 8 класса, их пять, в соответствии с программой изучения. Каждая контрольная работа даётся в двух равноценных вариантах. Последнее задание, отмеченное звёздочкой, относится к повышенному уровню трудности.

Предлагаемые *тесты* посвящены основным темам курса геометрии 8 класса. Их всего шесть по 20 заданий в каждом. Они предназначены для проверки успешности усвоения школьниками учебного материала. Тесты не содержат громоздких вычислений и охватывают, по возможности, все основные понятия изученной темы. К каждому тестовому заданию предлагается несколько (как правило, четыре) вариантов ответов, из которых ученик должен выбрать один, верный, по его мнению.

В пособие включены, так называемые, *задачи с практическим содержанием*. Основная их дидактическая функция заключается в том, чтобы продемонстрировать учащимся непосредственную связь школьной геометрии с реальной жизнью. Это очень важный компонент обучения, который помогает учащимся лучше осознать значение геометрии и обеспечивает действенность геометрических знаний. Помимо сказанного, серьёзным аспектом решения таких задач является формирование у школьников понятия математической модели: сначала перевод практической ситуации на язык геометрии, геометрическое решение и интерпретация полученного решения, т. е. возвращение к практической стороне исходной задачи. Именно так решаются настоящие прикладные задачи на производстве, в технике, науке, сельском хозяйстве и других областях.

Завершается пособие ответами к самостоятельным и контрольным работам, представленным задачам и тестам.

#### § 1. ПРОГРАММА ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

**Вариант I** программы – 2 часа в неделю, всего 68 часов за год.

**Вариант II** программы составлен для классов с углублённым изучением математики, 3 часа в неделю, всего 102 часа за год.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Параграф учебника | Содержание | Количество часов |
| I  | II  |
|  | I. ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ | 17 | 27 |
| 123456 | ПараллелограммПризнаки параллелограммаПрямоугольник, ромб, квадратСредняя линия треугольникаТрапецияТеорема Фалеса Контрольная работа № 1 | 2223341 | 4444461 |
|  | II. МНОГОУГОЛЬНИКИ И ОКРУЖНОСТЬ | 13 | 17 |
| 78910 | Углы, связанные с окружностьюМногоугольники, вписанные в окружностьМногоугольники, описанные около окружностиЗамечательные точки в треугольникеКонтрольная работа № 2 | 33331 | 44441 |
|  | III. ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ | 10 | 13 |
| 111213 | Подобие треугольников. Первый признак подобия треугольниковВторой и третий признаки подобия треугольниковТеорема ПифагораКонтрольная работа № 3 | 3331 | 4441 |
|  | IV. ЭЛЕМЕНТЫ ТРИГОНОМЕТРИИ | 8 | 13 |
| 141516 | Тригонометрические функции острого углаТригонометрические тождестваТригонометрические функции тупого углаКонтрольная работа № 4 | 3221 | 4441 |
|  | V. ПЛОЩАДЬ | 14 | 24 |
| 171819202122\* | Измерение площадей. Площадь прямоугольникаПлощадь параллелограммаПлощадь треугольникаПлощадь трапецииПлощадь многоугольникаРавносоставленность и задачи на разрезаниеКонтрольная работа № 5 | 22333-1 | 3444441 |
| 23 | Обобщающее повторение | 6 | 8 |

**§ 2. ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**

**Вариант I (2 ч в неделю, всего 68 ч)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Основное содержание по темам** | **Характеристика основных видов деятельности ученика****(на уровне учебных действий)** |
| **I. Четырёхугольники (17 ч)** |
| Параллелограмм. Прямоугольник. Ромб. Квадрат. Их свойства. Признаки параллелограмма.Средняя линия треугольника. Трапеция. Равнобедренная и прямоугольная трапеции. Средняя линия трапеции. Теорема Фалеса. | Распознавать, формулировать определение и изображать: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапецию, равнобедренную и прямоугольную трапеции.Формулировать и доказывать свойства и признаки параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата.Формулировать определение и изображать среднюю линию: треугольника, трапеции.Формулировать и доказывать теоремы о средних линиях треугольника и трапеции, теорему Фалеса.Решать задачи на доказательство, построение и вычисление. |
| **II. Многоугольники и окружность (13 ч)** |
| Углы, связанные с окружностью. Многоугольники, вписанные в окружность. Многоугольники, описанные около окружности. Вписанная и описанная окружности правильного многоугольника. Замечательные точки треугольника. | Формулировать определения и изображать углы, связанные с окружностью. Формулировать и доказывать теоремы об углах, связанных с окружностью.Решать задачи на нахождение углов, связанных с окружностью.Формулировать определения и изображать многоугольники, вписанные в окружность и описанные около окружности.Формулировать и доказывать теоремы о вписанной и описанной окружностях треугольника и правильного многоугольника.Изображать замечательные точки треугольника.Формулировать и доказывать теоремы о замечательных точках треугольника. |
| **III. Подобие треугольников (10 ч)** |
| Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора. | Формулировать определение и иллюстрировать понятие подобия треугольников. Распознавать подобные треугольники на рисунках.Формулировать и доказывать признаки подобия треугольников.Решать задачи на нахождение элементов подобных треугольников.Формулировать и доказывать теорему Пифагора. Применять её при решении задач.Приводить исторические сведения о жизни и деятельности Пифагора.Решать задачи с практическим содержанием с использованием подобия и теоремы Пифагора. |
| **IV. Элементы тригонометрии (8 ч)** |
| Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника: синус, косинус, тангенс, котангенс. Тригонометрические тождества. Тригонометрические функции тупого угла.  | Формулировать определения и иллюстрировать понятия синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника.Выражать тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника через его стороны.Формулировать и доказывать тригонометрические тождества.Формулировать определения и выражать тригонометрические функции тупого угла через тригонометрические функции острых углов.Решать задачи на нахождение: тригонометрических функций углов; сторон треугольника. |
| **V. Площадь (14 ч)** |
| Понятие площади плоской фигуры. Измерение площадей. Равновеликие и равносоставленные фигуры. Площадь прямоугольника. Площади параллелограмма, треугольника, трапеции. Площадь многоугольника.  | Формулировать определение и иллюстрировать понятие площади плоской фигуры.Выводить формулы площадей прямоугольника, параллелограмма, треугольника и трапеции, многоугольника.Решать задачи на нахождение площадей плоских фигур. |
| **Обобщающее повторение (6 ч)** |

**Вариант II (3 ч в неделю, всего 102 ч)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Основное содержание по темам** | **Характеристика основных видов деятельности ученика****(на уровне учебных действий)** |
| **I. Четырёхугольники (27 ч)** |
| Параллелограмм. Прямоугольник. Ромб. Квадрат. Их свойства. Признаки параллелограмма.Средняя линия треугольника. Трапеция. Равнобедренная и прямоугольная трапеции. Средняя линия трапеции. Теорема Фалеса. | Распознавать, формулировать определение и изображать: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапецию, равнобедренную и прямоугольную трапеции.Формулировать и доказывать свойства и признаки параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата.Формулировать определение и изображать среднюю линию: треугольника, трапеции.Формулировать и доказывать теоремы о средних линиях треугольника и трапеции, теорему Фалеса.Решать задачи на доказательство? построение и вычисление. |
| **II. Многоугольники и окружность (17 ч)** |
| Углы, связанные с окружностью. Многоугольники, вписанные в окружность. Многоугольники, описанные около окружности. Вписанная и описанная окружности правильного многоугольника. Замечательные точки треугольника. | Формулировать определения и изображать углы, связанные с окружностью. Формулировать и доказывать теоремы об углах, связанных с окружностью.Решать задачи на нахождение углов, связанных с окружностью.Формулировать определения и изображать многоугольники, вписанные в окружность и описанные около окружности.Формулировать и доказывать теоремы о вписанной и описанной окружностях треугольника и правильного многоугольника.Изображать замечательные точки треугольника.Формулировать и доказывать теоремы о замечательных точках треугольника. |
| **III. Подобие (13 ч)** |
| Подобие треугольников. Признаки подобия треугольников.Теорема Пифагора. | Формулировать определение и иллюстрировать понятие подобия треугольников. Распознавать подобные треугольники на рисунках.Формулировать и доказывать признаки подобия треугольников.Решать задачи на нахождение элементов подобных треугольников.Формулировать и доказывать теорему Пифагора. Применять её при решении задач.Приводить исторические сведения о жизни и деятельности Пифагора.Решать задачи с практическим содержанием с использованием подобия и теоремы Пифагора.Выполнять проекты на тему теоремы Пифагора. |
| **IV. Элементы тригонометрии (13 ч)** |
| Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника: синус, косинус, тангенс, котангенс. Тригонометрические тождества. Тригонометрические функции тупого угла. Теорема косинусов.  | Формулировать определения и иллюстрировать понятия синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника.Выражать тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника через его стороны.Формулировать и доказывать тригонометрические тождества.Формулировать определения и выражать тригонометрические функции тупого угла через тригонометрические функции острых углов.Решать задачи на нахождение: тригонометрических функций углов; сторон треугольника. |
| **V. Площадь (24 ч)** |
| Понятие площади плоской фигуры. Измерение площадей. Равновеликие и равносоставленные фигуры. Площадь прямоугольника. Площади параллелограмма, треугольника, трапеции. Площадь многоугольника. Задачи на разрезание\*. | Формулировать определение и иллюстрировать понятие площади плоской фигуры.Выводить формулы площадей прямоугольника, параллелограмма, треугольника и трапеции, многоугольника.Решать задачи на нахождение площадей плоских фигур.Выполнять проекты, связанные с решением задач на разрезание\*. |
| **Обобщающее повторение (8 ч)** |

**§ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДИКТАНТЫ**

***1. Параллелограмм***

# Вариант 1

1. Сумма двух углов, образовавшихся при пересечении двух параллельных прямых третьей, равна 100, поэтому образовавшиеся тупые углы равны …

2. Четырехугольником называется …

3. Сумма углов параллелограмма равна …

4. В параллелограмме противоположные стороны …

5. Диагонали параллелограмма точкой пересечения …

6. Три параллельные прямые пересечены двумя параллельными прямыми, при этом образовалось … параллелограммов.

# Вариант 2

1. Сумма двух углов, образовавшихся при пересечении двух параллельных прямых третьей, равна 200, поэтому образовавшиеся острые углы равны …

2. Параллелограммом называется …

3. Сумма углов выпуклого четырехугольника равна …

4. В параллелограмме противоположные углы …

5. Сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, равна …

6. К двум параллельным прямым проведены три общих перпендикуляра, при этом образовалось … параллелограммов.

***2. Признаки параллелограмма***

# Вариант 1

1. Отрезок, соединяющий противоположные вершины четырехугольника, называется …

2. Сумма двух углов параллелограмма равна 150, тогда сумма двух других его углов равна…

3. Первый признак параллелограмма заключается в том, что …

4. Если в четырехугольнике две противоположные стороны равны, то … . (Будет или нет параллелограммом.)

5. Если в четырехугольнике равны два противоположных угла и две противоположные стороны, то … . (Будет или нет параллелограммом.)

6. Прикладывая два равных равнобедренных треугольника сторонами друг к другу, можно получить … различных параллелограммов.

# Вариант 2

1. Отрезок, соединяющий противоположные вершины параллелограмма, называется …

2. Сумма двух углов параллелограмма равна 90, тогда сумма двух других его углов равна…

3. Второй признак параллелограмма заключается в том, что …

4. Если в четырехугольнике равны два противоположных угла, то … . (Будет или нет параллелограммом.)

5. Если в четырехугольнике две противоположных стороны равны, а две другие параллельны, то … . (Будет или нет параллелограммом.)

6. Прикладывая два равных неравнобедренных прямоугольных треугольника сторонами друг к другу, можно получить … различных параллелограммов.

***3. Прямоугольник, ромб, квадрат***

# Вариант 1

1. Ромбом называется параллелограмм, у которого …

2. Прямоугольником называется четырехугольник, у которого …

3. Квадратом называется прямоугольник, у которого …

4. Признак ромба заключается в том, что …

5. Квадрат обладает свойствами ромба, а именно, у него …

6. Если диагональ параллелограмма делит его угол пополам, то угол между диагоналями равен …

# Вариант 2

1. Квадратом называется ромб, у которого …

2. Ромбом называется четырехугольник, у которого …

3. Квадратом называется параллелограмм, у которого …

4. Признак прямоугольника заключается в том, что …

5. Квадрат обладает свойствами прямоугольника, а именно, у него …

6. Если диагональ ромба образует с его сторонами углы в 40, то тупой угол ромба равен …

***4.Средняя линия треугольника***

# Вариант 1

1. Если угол между диагоналями прямоугольника прямой, то этот прямоугольник является …

2. Если диагональ ромба равна его стороне, то углы этого ромба равны …

3. Средней линией треугольника называется …

4. Периметр треугольника, образованного средними линиями другого треугольника, равен 9 см, тогда периметр данного треугольника равен …

5. Периметр равностороннего треугольника равен 102 см, тогда его средняя линия равна …

# Вариант 2

1. Если угол между диагональю ромба и его стороной равен 450, то этот ромб является …

2. Если одна из сторон параллелограмма в 4 раза меньше его периметра, то этот параллелограмм является …

3. Число средних линий треугольника равно …

4. Периметр треугольника равен 54 см, тогда периметр треугольника, образованного его средними линиями, равен …

5. Теорема о средней линии треугольника заключается в том, что …

***5. Трапеция***

# Вариант 1

1. Трапецией называется …

2. Боковыми сторонами трапеции называются …

3. Трапеция называется прямоугольной, если …

4. Теорема о средней линии трапеции заключается в том, что …

5. Если середины сторон произвольной трапеции соединить отрезками, то полученный четырехугольник будет являться …

6. Боковая сторона и средняя линия равнобедренной трапеции равны соответственно 3 см и 9 см, тогда периметр трапеции равен …

# Вариант 2

1. Основаниями трапеции называются …

2. Средней линией трапеции называется …

3. Трапеция называется равнобедренной, если …

4. Следствие из теоремы о средней линии трапеции заключается в том, что …

5. Если середины сторон равнобедренной трапеции соединить отрезками, то полученный четырехугольник будет являться …

6. Боковая сторона и периметр равнобедренной трапеции равны соответственно 7 см и 28 см, тогда ее средняя линия равна …

***6. Теорема Фалеса***

# Вариант 1

1. Теорема Фалеса заключается в том, что …

2. Теорема Фалеса является обобщением …

3. Число *k* называется коэффициентом пропорциональности двух отрезков *CD* и *EF*, если …

4. Следствие из теоремы о пропорциональных отрезках заключается в том, что …

5. Чтобы отрезок *KL* разделить на 6 равных частей, нужно …

# Вариант 2

1. Отношением двух отрезков *AB* и *CD* называется …

2. Теорема о пропорциональных отрезках заключается в том, что …

3. Отношение двух отрезков *MN*  и *KL* обозначается …

4. Говорят, что отрезки *AB*, *CD* пропорциональны отрезкам *A*1*B*1, *C*1*D*1, если …

5. Чтобы отрезок *EF* разделить на 5 равных частей, нужно …

***7. Углы, связанные с окружностью***

# Вариант 1

1. Центральным углом называется …

2. Следствие из теоремы о вписанном угле заключается в том, что …

3. Дуга вписанного угла определяется …

4. Хорда окружности, равная ее радиусу, видна из центра окружности под углом …

5. Вписанный и центральный углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, связаны так, что …

# Вариант 2

1. Вписанным углом называется …

2. Теорема о вписанном угле заключается в том, что …

3. Дуга центрального угла определяется …

4. Хорда окружности, равная ее радиусу, видна из произвольной точки окружности, отличной от ее концов, под углом …

5. Дугой окружности называется …

***8. Многоугольники, вписанные в окружность***

# Вариант 1

1. Многоугольник называется вписанным в окружность, если …

2. Теорема о вписанном треугольнике заключается в том, что …

3. Центром окружности, описанной около правильного многоугольника, является …

4. Большая сторона прямоугольного треугольника стягивает дугу описанной около него окружности в …

5. Центр окружности, описанной около квадрата, находится …

# Вариант 2

1. Окружность называется описанной около многоугольника, если …

2. Центром окружности, описанной около треугольника, является …

3. Теорема о вписанном в окружность правильном многоугольнике заключается в том, что …

4. Сторона равностороннего треугольника стягивает дугу описанной около него окружности в …

5. Центр окружности, описанной около прямоугольника, находится …

***9. Многоугольники, описанные около окружности***

# Вариант 1

1. Окружность называется вписанной в многоугольник, если …

2. Центром окружности, вписанной в треугольник, является …

3. Теорема об описанном около окружности правильном многоугольнике заключается в том, что …

4. Если около четырехугольника описана окружность, то …

5. Если центры окружностей, вписанной и описанной около треугольника, совпадают, то треугольник является …

6. Если центр описанной около треугольника окружности принадлежит одной из его сторон, то треугольник является ...

# Вариант 2

1. Многоугольник называется описанным около окружности, если …

2. Теорема о треугольнике, описанном около окружности, заключается в том, что …

3. Центром окружности, вписанной в правильный многоугольник, является …

4. Если в четырехугольник вписана окружность, то …

5. Если центр вписанной в треугольник окружности принадлежит одной из его высот, то треугольник является…

6. Если центр описанной около треугольника окружности находится вне треугольника, то треугольник является ...

***10. Замечательные точки в треугольнике***

# Вариант 1

1. Медианой треугольника называется …

2. Серединным перпендикуляром к отрезку называется …

3. Ортоцентром треугольника называется …

4. Теорема о высотах треугольника заключается в том, что …

5. Центром окружности, описанной около треугольника, является его замечательная точка - …

6. Точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам тупоугольного треугольника находится …

# Вариант 2

1. Биссектрисой треугольника называется …

2. Высотой треугольника называется …

3. Центроидом треугольника называется …

4. Теорема о медианах треугольника заключается в том, что …

5. Центром окружности, вписанной в треугольник, является его замечательная точка - …

6. Точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам остроугольного треугольника находится …

***11. Подобие треугольников. Первый признак подобия треугольников***

Вариант 1

1. Два треугольника называются подобными, если …

2. *CDE**C*1*D*1*E*1 означает, что …

3. В трапеции *ABCD* (*BC||AD*) проведены диагонали, которые пересеклись в точке *O*, тогда образовались следующие подобные треугольники …

4. Первый признак подобия треугольников для прямоугольных треугольников может быть сформулирован следующим образом …

5. Стороны одного треугольника равны 5 см, 2 см и 6 см, тогда стороны подобного ему треугольника с коэффициентом подобия 5, равны …

Вариант 2

1. Коэффициентом подобия двух треугольников называется …

2. *KLM**K*1*L*1*M*1, если …

3. Первый признак подобия треугольников заключается в том, что …

4. Первый признак подобия треугольников для равнобедренных треугольников может быть сформулирован следующим образом …

5. Стороны одного треугольника равны 4 см, 7 см и 9 см, тогда стороны подобного ему треугольника с коэффициентом подобия равны …

***12. Второй и третий признаки подобия треугольников***

Вариант 1

1. Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то …

2. Второй признак подобия треугольников заключается в том, что …

3. В треугольнике *ABC*, последовательно соединены точки *A*1 – середина стороны *BC*, *B*1 – середина стороны *AC* и *C*1 – середина стороны *AB*, при этом образовались следующие подобные треугольники …

4. На рисунке (рис. 1) подобными являются треугольники …

5. Если соответственные стороны подобных треугольников относятся как 3:2, то их периметры относятся как …



Вариант 2

1. Два равнобедренных прямоугольных треугольника подобны, так как …

2. Третий признак подобия треугольников заключается в том, что …

3. В прямоугольном треугольнике *ABC* (*C*=90) проведена высота *CH*, при этом образовались следующие подобные треугольники …

4. На рисунке (рис. 2) подобными являются треугольники …

5. Периметры подобных треугольников относятся как 5:7, коэффициент подобия при этом равен …

***13. Теорема Пифагора***

Вариант 1

1. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен …

2. Несоизмеримыми отрезками называются …

3. Примером соизмеримых отрезков являются …

4. Пентаграммой называется …

5. Примером пифагорейских чисел являются …

Вариант 2

1. В силу теоремы Пифагора имеет место формула …

2. Соизмеримыми отрезками называются …

3. Примером несоизмеримых отрезков являются …

4. Пифагорейскими числами называются …

5. Все треугольники в пентаграмме являются …

***14. Тригонометрические функции острого угла***

Вариант 1

1. Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется …

2. Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется …

…

3. Косинус и тангенс угла *A* обозначаются соответственно

4. Тригонометрическими функциями острого угла называются

…

 5. Теорема о прямоугольном треугольнике с острым углом 30 заключается в том, что …

 6. tg 45= …

Вариант 2

1. Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется …

2. Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется …

3. Синус и котангенс угла *B* обозначаются соответственно …

4. Теорема о тригонометрических функциях острого угла заключается в том, что …

 5. sin 30= …

 6. ctg 45= …

***15. Тригонометрические тождества***

Вариант 1

1. cos (90- *A*)= …

2. tg (90- *A*)= …

3. Основным тригонометрическим тождеством является …

4. Косинус острого угла  можно выразить через его синус таким образом …

5. sin 90= …

6. ctg 30= …

Вариант 2

1. sin (90- *A*) = …

2. ctg (90- *A*) = …

3. 1+tg2 *A* = …

4. Cинус острого угла  можно выразить через его косинус таким образом …

5. cos 90= …

6. tg 30= …

***16. Тригонометрические функции тупого угла***

Вариант 1

1. Острым углом называется …

2. Основное тригонометрическое тождество для случая 0<*A*<180 заключается в том, что …

3. sin (180- *A*) = …

4. cos 135= …

5. tg 120= …

Вариант 2

1. Тупым углом называется …

2. Основное тригонометрическое тождество для случая 0<*B*<90 заключается в том, что …

3. cos (180- *A*) = …

4. sin 150= …

5. ctg 135= …

***17. Измерение площадей. Площадь прямоугольника***

Вариант 1

1. Измерение длины отрезка основано на сравнении… .

2. За единицу измерения площадей принимается … .

3. Квадратным дециметром называется … .

4. Площадью фигуры называется … .

5. Площадь квадрата равна … .

6. Периметр квадрата, имеющего площадь 36 см2, равен … .

Вариант 2

1. Измерение площади фигуры основано на сравнении … .

2. Единичным квадратом называется … .

3. Квадратным километром называется … .

4. Две фигуры называются равновеликими, если … .

5. Площадь прямоугольника равна … .

6. Площадь квадрата, имеющего периметр 36 см, равна … .

***18. Площадь параллелограмма***

Вариант 1

1. Параллелограммом называется … .

2. Площадь ромба равна произведению его стороны на … .

3. Площадь параллелограмма равна произведению двух его смежных сторон на … .

4. Если ромб и квадрат имеют соответственно равные стороны, то меньшая площадь будет у … .

5. Диагональ единичного квадрата равна …

6. Площадь ромба со стороной 4 см и углом 60 равна … .

Вариант 2

1. Ромбом называется … .

2. Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на … .

3. Площадь ромба равна произведению квадрата его стороны на … .

4. Если прямоугольник и параллелограмм имеют соответственно равные стороны, то большая площадь будет у … .

5. Диагональ квадрата равна см, площадь квадрата составит … .

6. Площадь ромба со стороной 5 см и углом 150 равна … .

***19. Площадь треугольника***

Вариант 1

1. Треугольником называется … .

2. Катетами прямоугольного треугольника называются … .

3. Площадь треугольника равна половине произведения его стороны на … .

4. Площадь прямоугольного треугольника равна … .

5. Площадь равностороннего треугольника со стороной 2 дм равна … .

6. Средняя линия треугольника, площадь которого равна *Q*, отсекает от него треугольник площади … .

Вариант 2

1. Высотой треугольника называется … .

2. Прямоугольным треугольником называется … .

3. Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на … .

4. Площадь прямоугольного треугольника с катетами 10 см и 11 см равна … .

5. Высота равностороннего треугольника со стороной 6 дм равна … .

6. Площадь треугольника, образованного средними линиями другого треугольника площади *Q*, равна … .

***20. Площадь трапеции***

Вариант 1

1. Площадь ромба с диагоналями 6 см и 7 см равна … .

2. Равнобедренной трапецией называется … .

3. Основаниями трапеции называются … .

4. Площадь трапеции равна произведению суммы оснований на … .

5. Высотой прямоугольной трапеции является … .

6. Прямая, проходящая через середину средней линии трапеции и пересекающая ее основания, делит эту трапецию на … .

Вариант 2

1. В треугольнике площади *S* проведена медиана, она разделила его на треугольники, площади … .

2. Трапецией называется … .

3. Высотой трапеции называется … .

4. Площадь трапеции равна произведению средней линии на … .

5. Прямоугольной трапецией называется … .

6. Площадь равнобедренной трапеции с основаниями 4 см, 8 см и углом 45 равна … .

***21. Площадь многоугольника***

Вариант 1

1. Все диагонали, проведенные из одной вершины *n*-угольника, разбивают его на … .

2. Многоугольник называется описанным около окружности, если … .

3. Площадь произвольного многоугольника можно находить … .

4. Площадь правильного *n*-угольника выражается формулой … .

5. Площадь ромба с диагоналями 15 см и 3 см равна … .

6. Периметр многоугольника площади 6 см2, описанного около окружности радиуса 5 см, равен … .

Вариант 2

1. Внутренняя точка *n*-угольника соединена отрезками со всеми его вершинами, при этом получилось … треугольников.

2. Окружность называется вписанной в многоугольник, если … .

3. Площадь многоугольника, описанного около окружности, равна … .

4. Площадь четырехугольника, диагонали которого перпендикулярны, равна … .

5. Площадь правильного шестиугольника со стороной *a*, равна … .

6. Многоугольник с периметром 7 см, описанный около окружности радиуса 3 см, имеет площадь … .

***22. Равносоставленность и задачи на разрезание***

# Вариант 1

1. Две фигуры называются равносоставленными, если … .

2. Любые два равновеликих многоугольника … .

3. Если две фигуры равносоставлены, то они … .

4. Чтобы разрезать треугольник на две равновеликие части, нужно … .

5. Чтобы перекроить ромб в квадрат, нужно … .

# Вариант 2

1. Две фигуры называются равновеликими, если … .

2. Две фигуры, равносоставленные с третьей фигурой, … .

3. Если два многоугольника равновелики, то они … .

4. Чтобы разрезать треугольник на четыре равновеликие части, нужно … .

5. Чтобы перекроить параллелограмм в прямоугольник, нужно … .

**§ 4.** **САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

***1. Параллелограмм***

Вариант 1

1. Один из углов параллелограмма равен 54. Найдите другие его углы.

2. Периметр параллелограмма равен 92 см. Одна из его сторон на 32 см больше другой. Найдите стороны параллелограмма.

3. Найдите углы параллелограмма, если два его угла относятся как 3:2.

4. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит его противоположную сторону в отношении 3:2, считая от вершины острого угла. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 80 см.

5\*. Через точку *O* пересечения диагоналей параллелограмма *ABCD* проведен отрезок *EF || AB*, где точки *E* и *F* принадлежат соответственно сторонам *BC* и *AD* параллелограмма. Сумма диагоналей равна 28 см. Разность между периметрами треугольников *AOF* и *BOE* равна 9 см. Найдите диагонали параллелограмма.

6\*. Постройте треугольник по двум сторонам (*a*, *b*) и медиане (*mc*), проведенной к третьей стороне.

Вариант 2

1. Один из углов параллелограмма равен 113. Найдите другие его углы.

2. Найдите стороны параллелограмма, если две его стороны относятся как 4:5, а периметр равен 72 см.

3. В параллелограмме *ABCD* диагональ *BD* образует со стороной *CD* угол 34. Найдите углы, *BCD* и *ADB*, если *ABC =*72.

4. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит его противоположную сторону в отношении 2:1, считая от вершины тупого угла. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 96 см.

5\*. Параллелограмм, периметр которого равен 82 см, разделен диагоналями на четыре треугольника. Разность между периметрами двух из них равна 19 см. Найдите стороны параллелограмма.

6\*. Докажите, что если две стороны и медиана, заключенная между ними, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и медиане, заключенной между ними, другого треугольника, то такие треугольники равны.

***2. Признаки параллелограмма***

Вариант 1

1. Даны два равных и параллельных отрезка. Их концы соединены непересекающимися отрезками. Будет ли получившийся четырёхугольник параллелограммом?

2. На рисунке 3 отрезки *KL* и *MN* в точке *O* делятся пополам. Будет ли четырёхугольник *MKNL* параллелограммом?

 

3. В параллелограмме *CDEF* точки *Q*, *R*, *S*, *T* – середины его сторон (рис. 4). Докажите, что четырёхугольник *QRST* является параллелограммом.

4. На рисунке 5 *ABCD* – параллелограмм и 1=2. Докажите, что четырехугольник *AMCN* - параллелограмм.



5\*. Дан четырехугольник *ABCD*. Через точку *C* проведем прямые, параллельные *AB* и *AD*,и отложим на них вне четырехугольника соответствующие отрезки *CE = AB* и *CF = AD*. Докажите, что четырёхугольник *BEFD* является параллелограммом, в котором стороны равны и параллельны диагоналям данного четырехугольника.

6\*. Постройте параллелограмм по стороне (*a*), сумме другой стороны и одной диагонали (*b+d*) и одному из углов ().

Вариант 2

1. В параллелограмме *ABCD* точки *K* и *L* – середины сторон *AD* и *BC* соответственно. Будут ли четырёхугольники *ABLK* и *CDKL* являться параллелограммами?

2. На рисунке 6 1 = 2 и 3 = 4. Будет ли четырёхугольник *CDEF* являться параллелограммом?

 

3. На сторонах параллелограмма *EFGH* отложены равные отрезки *EA=GC* и *FB=HD* (рис. 7). Докажите, что четырехугольник *ABCD* является параллелограммом.

4. В параллелограмме *KLMN* биссектрисы углов *L* и *N* пересекают диагональ *KM* в точках *P* и *Q* соответственно. Докажите, что четырёхугольник *LQNP* является параллелограммом.

5\*. Дан шестиугольник, в котором противоположные стороны равны и параллельны. Докажите, что прямые, соединяющие его противоположные вершины, пересекаются в одной точке.

6\*. Постройте параллелограмм, если дан его периметр (*p*), одна из его диагоналей (*d*) и угол () между этой диагональю и стороной параллелограмма.

***3. Прямоугольник, ромб, квадрат***

Вариант 1

1. Сумма диагоналей прямоугольника равна 17 см. Найдите диагонали прямоугольника.

2. В ромбе одна из диагоналей равна его стороне. Найдите углы ромба.

3. Дан квадрат *ABCD*. На каждой его стороне отложены равные отрезки *AA*1 *= BB*1 = *CC*1 = *DD*1. Докажите, что четырёхугольник *A*1*B*1*C*1*D* 1 тоже является квадратом.

4. Из вершины прямоугольника на его диагональ опущен перпендикуляр, основание которого делит её в отношении 1:3. Точка пересечения диагоналей находится от большей стороны прямоугольника на расстоянии 12 см. Найдите диагонали прямоугольника.

5\*. Докажите, что биссектрисы углов параллелограмма, пересекаясь образуют прямоугольник, у которого диагонали равны разности смежных сторон параллелограмма.

6\*. Постройте прямоугольник по стороне (*a*) и разности диагонали и другой стороны (*d - b*).

Вариант 2

1. В прямоугольнике диагонали образуют угол 60. Найдите углы между диагональю прямоугольника и его сторонами.

2. В ромбе одна из диагоналей равна его стороне. Найдите углы, образованные диагоналями ромба с его сторонами.

3. В прямоугольном треугольнике *CDE* через вершину прямого угла *C* проведена биссектриса *CL*. Через точку *L* проведены прямые, параллельные катетам треугольника. Докажите, что образовавшийся четырехугольник является квадратом.

4. Углы, образованные стороной ромба с его диагоналями, относятся как 4:5. Найдите углы ромба.

5\*. Дан параллелограмм *KLMN*, *KR*, *LO*, *MO* и *NR* – биссектрисы его углов (рис. 8). Докажите, что *PS||KN* и *OR||KL*.

6\*. Постройте прямоугольник по стороне (*a*) и сумме другой стороны и диагонали (*b+d*).



***4. Средняя линия треугольника***

Вариант 1

1. Периметр данного треугольника равен 18 см. Найдите периметр треугольника, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника.

2. Средняя линия отсекает от данного треугольника равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите углы данного треугольника.

3. Стороны треугольника относятся как 7:8:9. Периметр треугольника, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника, равен 48 см. Найдите периметр и стороны данного треугольника. Дайте два способа решения.

4. В прямоугольнике меньшая сторона равна 30 см и образует с диагональю угол, равный 600. Середины сторон прямоугольника последовательно соединены отрезками. Определите вид получившегося четырёхугольника и найдите его периметр.

5\*. Докажите, что в любом выпуклом четырёхугольнике отрезки, соединяющие середины двух его противоположных сторон и середины его диагоналей, являются диагоналями параллелограмма.

6\*. Докажите, что точка пересечения отрезков, соединяющих середины противоположных сторон произвольного выпуклого четырёхугольника, делит пополам отрезок, соединяющий середины диагоналей данного четырехугольника.

Вариант 2

1. Периметр треугольника, образованного средними линиями данного треугольника, равен 45 см. Найдите периметр данного треугольника.

2. Средняя линия отсекает от данного треугольника равносторонний треугольник. Определите вид данного треугольника.

3. Стороны треугольника относятся как 3:4:5, его периметр равен 72 см. Найдите периметр и стороны треугольника, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника. Дайте два способа решения.

4. В ромбе с диагоналями 15 см и 28 см середины сторон последовательно соединены отрезками. Определите вид получившегося четырёхугольника и найдите его периметр.

5\*. Докажите, что в любом выпуклом четырёхугольнике середины его диагоналей и точка пересечения отрезков, соединяющих середины его противоположных сторон, принадлежат одной прямой.

6\*. Докажите, что точка пересечения прямых, соединяющих середины противоположных сторон произвольного выпуклого четырёхугольника, равноудалена от середин его диагоналей.

***5. Трапеция***

Вариант 1

1. Углы при основании трапеции равны 33 и 71. Найдите остальные углы трапеции.

2. Средняя линия трапеции равна 52 см. Большее основание равно 60 см. Найдите меньшее основание.

3. Боковые стороны трапеции равны ее большему основанию, а диагональ составляет с основанием угол 50. Определите вид трапеции и найдите её углы.

4. Определите вид четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон равнобедренной трапеции.

5\*. Докажите, что биссектрисы углов, прилежащих к одной из непараллельных сторон трапеции, пересекаются под прямым углом в точке, принадлежащей средней линии трапеции.

6\*. Постройте трапецию по основанию (*a*), высоте (*h*) и двум диагоналям (*d*1 и *d*2).

Вариант 2

1. Противоположные углы трапеции равны 107 и 44. Найдите остальные углы трапеции.

2. Периметр трапеции равен 60 см, непараллельные стороны равны 12 см и 16 см. Найдите среднюю линию трапеции.

3. В трапеции боковые стороны равны меньшему основанию, а диагональ составляет с основанием угол 30. Определите вид трапеции и найдите ее углы.

4. Определите вид четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон прямоугольной трапеции.

5\*. Докажите, что в равнобедренном треугольнике отрезок, соединяющий концы биссектрис углов при его основании, отсекает от треугольника трапецию, у которой равны три стороны.

6\*. Постройте трапецию по основаниям (*a* и *b*) и углам при одном из них ( и ).

***6. Теорема Фалеса***

Вариант 1

1. Определите, пропорциональны ли отрезки *a* и *b*, *m* и *n*, если: а) *a=*6 см,  *b=*18 см, *m=*12 см,  *n*=36 см; б) *a=*5 см,  *b=*10 см, *m=*15 см,  *n*=20 см; в) *a=*48 см,  *b=*1,6 см, *m=*3 см,  *n*=90 см.

2. Среди отрезков *c*, *d*, *k*, *l* выберите пары пропорциональных отрезков, если: а) *c*=42 см, *d*=3,9 см, *k*=1,3 см, *l*=14 см; б) *c*=1,5 см, *d*=20 см, *k*=15 см, *l*=2 см; в) *c*=144 дм, *d*=2 дм, *k*=12 дм, *l*=24 дм.

3. Разделите отрезок *EF* на семь равных частей.

4. Разделите отрезок *XY* на два отрезка, длины которых пропорциональны числам 1 и 3.

5\*. Найдите геометрическое место точек (ГМТ), делящих в данном отношении отрезки прямых, заключенных между двумя параллельными прямыми.

6\*. Постройте треугольник *CDE* по высоте *DH = h*, *C* = и отношению сторон .

Вариант 2

1. Определите, пропорциональны ли отрезки *c* и *d*, *k* и *l*, если: а) *c=*12 см, *d=*4 см, *k=*33 см, *l*=11 см; б) *c=*1,5 см, *d=*3 см, *k=*10 см, *l*=5 см; в) *c=*72 см, *d=*20 см, *k=*10,8 см, *l*=3 см.

2. Среди отрезков *a*, *b*, *m*, *n* выберите пары пропорциональных отрезков, если: а) *a*=11 см, *b*=33 см, *m*=121 см, *n*=3 см; б) *a*=5 дм, *b*=20 дм, *m*=1,6 дм, *n*=0,4 дм; в) *a*=56 см, *b*=56 см, *m*=14 см, *n*=224 см.

3. Разделите отрезок *PH* на восемь равных частей.

4. Разделите отрезок *YZ* на два отрезка, длины которых пропорциональны числам 1 и 4.

5\*. Найдите геометрическое место точек (ГМТ), делящих в данном отношении отрезки параллельных прямых, заключенных между сторонами угла.

6\*. Постройте треугольник *KLM* по периметру *p*,  *=* и отношению сторон .

***7. Углы, связанные с окружностью***

Вариант 1

1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет: а) окружности; б) окружности; в) 30% окружности.

2. Под каким углом из точки дуги видна стягивающая ее хорда, если дуга составляет: а) 40; б) 154; в) окружности?

3. Окружность разделена на три части в отношении 5:13:18. Найдите углы, образованные хордами, проведенными через точки деления.

4. На стороне равностороннего треугольника, как на диаметре, построена полуокружность. Докажите, что она делится на три равные части точками её пересечения с двумя другими сторонами треугольника.

5\*. Из точки *M*, взятой вне круга с центром *O*, проведена секущая *MAB*, внешняя часть которой *MA* равна радиусу окружности. Из той же точки M проведена еще одна секущая *MCOD*. Докажите, что *AOM* = *BOD*.

6\*. Через точку пересечения окружности и биссектрисы вписанного в неё угла проведена хорда, параллельная стороне этого угла. Докажите, что проведённая хорда равна хорде другой стороны угла.

Вариант 2

1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет: а) окружности; б) окружности; в) 20% окружности.

2. Под каким углом из точки дуги видна стягивающая ее хорда, если дуга составляет: а) 80; б) 98; в) окружности?

3. Окружность разделена на три части в отношении 7:13:20. Найдите углы, образованные хордами, проведенными через точки деления.

4. На радиусе окружности, как на диаметре, построена окружность. Докажите, что любая хорда большей окружности, проведенная из их общей точки, делится меньшей окружностью пополам.

5\*. Пусть *AC* – диаметр окружности с центром *O*. Из произвольной точки *M* окружности проведена к ней касательная и из точки *A* опущен перпендикуляр *AH*. Докажите, что *AM* – биссектриса угла *HAC*.

6\*. Окружность разделена точками *E* и *F* на две части. Одна из них точкой *M* делится пополам, а на другой взяты точки *K* и *L*. Докажите, что угол, образованный прямыми *EK* и *ML* равен углу, образованному прямыми *FL* и *MK*.

***8. Многоугольники, вписанные в окружность***

Вариант 1

1. Гипотенуза прямоугольного треугольника равно 25 см. Найдите радиус описанной около него окружности. Где расположен её центр?

2. Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольника, если его меньшая сторона равна 36 см, а угол между диагоналями равен 60.

3. Найдите диаметр окружности, описанной около равнобедренного треугольника с углом 120 и боковой стороной 12 см.

4. Докажите, что любая вписанная в окружность трапеция будет равнобедренной.

5\*. Докажите, что вершины четырёхугольника, образованного при пересечении биссектрис углов равнобедренной трапеции, принадлежат одной окружности.

6\*. Постройте четырехугольник *ABCD*, если даны две стороны *AB = a*, *CD = c*, угол *A* равен и радиус описанной окружности равен *R*.

Вариант 2

1. Диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 18 см. Найдите гипотенузу треугольника. Где расположен центр окружности?

2. Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника со сторонами 6 см и 8 см.

3. Найдите диаметр окружности, описанной около равнобедренного треугольника с углом 60 и боковой стороной 12 см.

4. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 96 см, а средняя линия – 24 см. Найдите боковые стороны трапеции.

5\*. Докажите, что около любой равнобедренной трапеции можно описать окружность.

6\*. Постройте четырехугольник *ABCD*, если даны две стороны *AB = a*, *BC = b*, и радиус описанной окружности равен *R*.

***9. Многоугольники, описанные около окружности***

Вариант 1

1. Высота равностороннего треугольника равна 18 см. Найдите радиус вписанной в него окружности.

2. Найдите диагональ квадрата, описанного около окружности радиуса 4 см.

3. Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей прямоугольного треугольника, если его катеты равны 8 см и 4 см.

4. Около окружности описана равнобедренная трапеция, имеющая угол 150, ее средняя линия равна 20 дм. Найдите радиус окружности.

5\*. Определите вид четырёхугольника, вершинами которого являются точки касания сторон ромба и вписанной в него окружности. Найдите угол между диагоналями этого четырёхугольника, если один из углов ромба равен 30.

6\*. Постройте треугольник *ABC*, если даны его сторона *BC = a*, высота *CH = h* и *r* – радиус вписанной в треугольник окружности.

Вариант 2

1. Во сколько раз радиус вписанной в равносторонний треугольник окружности меньше радиуса описанной около него окружности?

2. Найдите радиус окружности, вписанной в квадрат, периметр которого равен 18 см.

3. В прямоугольном треугольнике сумма катетов равна 7 см, гипотенуза – 5 см. Найдите радиус вписанной в него окружности.

4. Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 72 см. Найдите среднюю линию данной трапеции.

5\*. В ромб вписана окружность. Отношение дуг между точками касания равно . Определите углы ромба и вид четырехугольника, вершинами которого являются точки касания окружности со сторонами ромба.

6\*. Постройте треугольник *ABC*, если , *AC = b* и радиус вписанной в треугольник окружности равен *r*.

***10. Замечательные точки в треугольнике***

Вариант 1

1. Верно ли следующее утверждение: «Высоты треугольника всегда пересекаются в одной точке»?

2o. Найдите углы между парами медиан равностороннего треугольника.

3. Через вершины основания равнобедренного треугольника проведены высоты к его боковым сторонам. Найдите угол между ними, если угол при вершине треугольника, противолежащей основанию, равен 44.

4. Докажите, что медиана треугольника одинаково отстоит от его вершин, образующих сторону, к которой она проведена.

5\*. Восстановите треугольник *ABC* по положению трёх точек: вершины *A*, центроида *M* и центра *O* описанной около треугольника окружности.

6\*. Докажите, что расстояние от вершины треугольника до его ортоцентра в два раза больше расстояния от центра описанной окружности до стороны, противолежащей данной вершине.

Вариант 2

1. Может ли ортоцентром треугольника быть одна из его вершин?

2o. Найдите углы между парами биссектрис равностороннего треугольника.

3. В равнобедренном треугольнике угол между высотами, проведенными к его боковым сторонам, равен 144. Найдите углы треугольника.

4. Докажите, что в прямоугольном треугольнике медиана и высота, проведённые к гипотенузе, образуют угол, равный разности острых углов треугольника.

5\*. Восстановите треугольник *ABC* по положению трёх точек: вершины *B*, *B*1 – основанию медианы, проведённой из вершины *B* и центра *O* описанной около треугольника окружности.

6\*. Докажите, что середина стороны треугольника находится на равном расстоянии от его ортоцентра и конца диаметра описанной окружности, проведённого из противолежащей вершины, и что эти три точки (середина стороны, ортоцентр и конец диаметра) принадлежат одной прямой.

***11. Подобие треугольников. Первый признак подобия треугольников***

Вариант 1

1. Треугольник *BCD* подобен треугольнику *B*1*C*1*D*1. Известно, что *BC* = 5 см, *CD* = 10 см, *BD* = 7 см. Найдите стороны треугольника *B*1*C*1*D*1, если коэффициент подобия равен 2.

2. Равнобедренные треугольники имеют по одному равному углу в 112. Подобны ли они?

3. По рисунку 9 найдите пары подобных треугольников, если *KLMN* – параллелограмм.

4. Стороны треугольника относятся как 3:5:6. Большая сторона подобного ему треугольника равна 43,8 дм. Найдите периметр второго треугольника.

5\*. В трапеции, основания которой равны 4 см и 8 см, через точку пересечения диагоналей проведен отрезок, параллельный основанию, концы которого принадлежат боковым сторонам трапеции. Найдите его длину.

6\*. Постройте треугольник *ABC*, если , *AB* : *AC = m* : *n* и *BC = a*.

 

Вариант 2

1. Треугольник *DEF* подобен треугольнику *D*1*E*1*F*1 с коэффициентом подобия 4. Найдите стороны треугольника *D*1*E*1*F*1, если *DE* = 12 см, *DF* = 8 см, *EF* = 18 см.

2. У одного прямоугольного треугольника есть угол 52, у другого, тоже прямоугольного, 38. Подобны ли они?

3. По рисунку 10 найдите пары подобных треугольников, если *GHPQ* – параллелограмм.

4. Стороны треугольника относятся как 2:3:4. Найдите стороны подобного ему треугольника, зная, что периметр второго треугольника равен 137,7 дм.

5\*. Две стороны треугольника равны 3 см и 6 см. Из точки пересечения биссектрисы угла, образованного этими сторонами, и третьей стороны треугольника проведены прямые, параллельные данным сторонам. Определите вид получившегося четырёхугольника и найдите его периметр.

6\*. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе *c* и отношению катетов *a*:*b*.

***12. Второй и третий признаки подобия треугольников***

Вариант 1

1. Подобны ли треугольники *ABC* и *A*1*B*1*C*1, если: а) *B = B*1 = 105, *AB* = 15 см, *BC* = 45 см, *A*1*B*1 = 5 см, *B*1*C*1 = 15 см; б) треугольники прямоугольные и один из треугольников имеет угол 45, а другой – 60?

2. Есть ли на рисунке (рис. 11) подобные треугольники?



3. Докажите, что треугольники подобны, если имеют по равному углу и стороны, к которым примыкают равные углы, соответственно пропорциональны высотам, проведённым к этим сторонам.

4. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 24 см. Через середину высоты, опущенной на его основание, проведена прямая, параллельная боковой стороне, до пересечения с двумя другими сторонами треугольника. Найдите её отрезок, заключенный в треугольнике.

5\*. В равнобедренной трапеции основания относятся как 1:3, диагональ равна 42 см. Середина одной из боковых сторон и конец большего основания, не принадлежащий этой стороне, соединены отрезком. На какие части разделил этот отрезок диагональ трапеции?

6\*. В треугольнике *ABC* проведены медиана *AM* и отрезок *CD*, где точка *D* принадлежит стороне *AB*, который пересекает медиану в точке *E*. Докажите, что *AEBD = 2ADEM*.

Вариант 2

1. Подобны ли треугольники *ABC* и *A*1*B*1*C*1, если: а) *C = C*1 = 87, *AC* = 24 см, *BC* = 72 см, *A*1*C*1 = 36 см, *B*1*C*1 = 108 см; б) треугольники равнобедренные и имеют равные углы при вершине, противолежащей основанию?

2. Есть ли на рисунке (рис. 12) подобные треугольники?



3. Докажите, что треугольники подобны, если имеют по равному углу, и высоты, проведённые к сторонам этих углов, пропорциональны.

4. Высота равнобедренного треугольника, опущенная на основание, равна 10 м. Основание разделено на 5 равных частей и из точек деления проведены перпендикуляры до пересечения с боковыми сторонами треугольника. Найдите длину этих перпендикуляров.

5\*. Сторона *EF* треугольника *DEF* равна 18 см. Через вершину *E* проведена медиана *EM*. Через вершину *D* и середину этой медианы проведен отрезок *DG*, где точка *G* принадлежит стороне *EF*. Найдите отрезки, на которые она разбивается точкой *G*.

6\*. В треугольнике *ABC* через точки на сторонах *AB* и *AC* проведен отрезок *DE*, параллельный стороне *BC*. Отрезки *BE* и *CD* пересекаются в точке *M*. Докажите, что *AM* делит *BC* пополам.

***13. Теорема Пифагора***

Вариант 1

1. Стороны прямоугольника равны 5 см и 12 см. Найдите его диагонали.

2. Найдите высоты равностороннего треугольника со стороной *a*.

3. Найдите диагонали ромба, если они относятся как 3:4 и периметр ромба равен 16 см.

4. Расстояния от одного конца диаметра окружности до концов параллельной ему хорды равны 84 см и 13 см. Найдите окружности.

5\*. Постройте отрезок *x* = , где *a* и *b* – данные отрезки.

6\*. На одной стороне прямого угла с вершиной в точке *O* отложен отрезок *OK*, на другой – последовательно отложены отрезки *OL*, *LM* и *MN*, равные *OK*. Найдите подобные треугольники (*K* соединена с *L*, *M* и *N*).

Вариант 2

1. Сторона квадрата равна *a*. Найдите его диагонали.

2. Стороны прямоугольника равны 15 см и 20 см. Найдите радиус окружности, описанной около него.

3. В равностороннем треугольнике высота меньше стороны на 2 см. Найдите сторону треугольника.

4. Из точки вне окружности проведены к ней две касательные. Радиус окружности равен 11 см, сумма отрезков касательных равна 120 см. Найдите расстояние от данной точки до центра окружности.

5\*. Постройте отрезок *x* = .

6\*. Докажите, что сумма величин, обратных квадратам длин катетов прямоугольного треугольника, равна величине, обратной квадрату длины высоты этого треугольника, опущенной на его гипотенузу.

***14. Тригонометрические функции острого угла***

Вариант 1

1. В треугольнике *DEF E*=90 (рис. 13), *EHDF*. Запишите выражения для тригонометрических функций угла *D* через стороны соответствующих прямоугольных треугольников.

2. Постройте прямоугольный треугольник *ABC*, *C*=90, чтобы: а) tg *A* = ; б) cos *A* = .

 

3. В равнобедренном треугольнике *ABC* (*AB = BC*) проведена медиана *BD* (рис. 14). Из точки *D* опущены перпендикуляры *DH* и *DP* на боковые стороны треугольника *AB* и *BC* соответственно. Выразите все отрезки, данные на рисунке, через *AB = a* и тригонометрические функции угла *A*, равного .

4. В прямоугольном треугольнике *ABC* *C*=90. Известно, что: а) sin *A* = sin *B*; б) ctg *A* = ctg *B*; в) sin *A* < sin *B*; г) cos *B* > cos *A*. Какой вывод можно сделать о катетах данного треугольника?

5\*. По данной стороне *a* правильного вписанного в окружность *n*-угольника найдите сторону правильного описанного около данной окружности *n*-угольника.

6\*. Найдите наименьшую диагональ правильного *n*-угольника, сторона которого равна *b*.

Вариант 2

1. В треугольнике *DEF E*=90 (рис. 13), *EHDF*. Запишите выражения для тригонометрических функций угла *F* через стороны соответствующих прямоугольных треугольников.

2. Постройте прямоугольный треугольник *ABC*, *C*=90, чтобы: а) ctg *A* = ; б) sin *A* = .

3. В прямоугольном треугольнике *ABC* (*C* = 90) проведена высота *CH* и медиана *CM* (рис. 15). Из точки *M* опущен перпендикуляр *MP* на *BC*. Выразите все отрезки, данные на рисунке, через *AC = b* и тригонометрические функции угла *A*, равного .



4. В прямоугольном треугольнике *ABC* *C* = 90. Известно, что: а) cos *A* = cos *B*; б) tg *A* = tg *B*; в) sin *B >* sin *A*; г) cos *A <* cos *B*. Какой вывод можно сделать о катетах данного треугольника?

5\*. По данной стороне *b* правильного описанного около окружности *n*-угольника найдите сторону правильного вписанного в данную окружность *n*-угольника.

6\*. Найдите наибольшую диагональ правильного 2*n*-угольника, сторона которого равна *a*.

***15. Тригонометрические тождества***

Вариант 1

1. Найдите значение тригонометрических функций угла *M*, если cos *M* = .

2. Выразите тригонометрические функции угла  через sin.

3. Упростите выражение: а) 1- cos2 ; б) .

4. Выразите тригонометрические функции угла через ctg .

5\*. Решите уравнение, где *x* – острый угол: а) sin *x =* cos *x*; б) 3sin2 *x =* cos2 *x*.

6\*. Докажите, что sin (45+ )=cos (45- ).

Вариант 2

1. Найдите значение тригонометрических функций угла *E*, если sin *E* = .

2. Выразите тригонометрические функции угла через cos .

3. Упростите выражение: а) 1-sin2 ; б) .

4. Выразите тригонометрические функции угла через tg .

5\*. Решите уравнение, где *x* – острый угол: а) sin *x -* cos *x =* 0; б) sin2 *x*+2sin *x*cos *x =* 3cos2 *x*.

6\*. Докажите, что cos (45+ )=sin (45- ).

***16. Тригонометрические функции тупого угла***

Вариант 1

1. Выразите: а) sin2 -cos2 через sin ; б) через tg .

2. Докажите тождество: sin4 - cos4 = sin2 - cos2 .

3. Найдите тригонометрические функции угла в 120.

4. Тригонометрические функции угла в 60 замените функциями углов, не превышающих 45.

5\*. Упростите выражение:

sin (90+) + cos(180-) + tg(270+) + ctg(360-).

6\*. Найдите cos *x* из следующего уравнения:

3sin2(360- *x*) - 7sin(*x* - 90) + 3=0.

Вариант 2

1. Выразите: а) sin2 - cos2 через cos ; б) через ctg .

2. Докажите тождество: .

3. Найдите тригонометрические функции угла в 150.

4. Тригонометрические функции угла в 135 замените функциями углов, не превышающих 45.

5\*. Упростите выражение:

sin (90- ) - cos(180- ) + tg(180- ) + ctg(270+ ).

6\*. Найдите sin *x* из следующего уравнения:

sin(*x* - 90) + sin 90= sin(90+ *x*).

***17. Измерение площадей. Площадь прямоугольника***

Вариант 1

1. Найдите площадь прямоугольника, если его стороны равны 1,1 дм и 19 см.

2. Прямоугольник имеет площадь 256 см2. Найдите сторону равновеликого ему квадрата.

3. Найдите стороны прямоугольника площади 144 дм2, ели они относятся как 9 : 4.

4. В прямоугольном треугольнике *MON* (*O* = 90) проведена высота *OH*. Докажите, что прямоугольник со сторонами *MN* и *MH* равновелик квадрату со стороной *MO*.

5\*. Отрезок *AB* делится точками *C* и *D* соответственно на равные и неравные части. Докажите, что площадь прямоугольника со сторонами, равными *DA* и *DB*, равна разности площадей квадратов со сторонами, равными соответственно *CB* и *CD*.

6\*. В четырехугольнике *CDEF* противоположные углы *C* и *E* – прямые, стороны *ED* и *EF* равны и высота *EH = h*, где *HCF*. Найдите площадь данного четырехугольника.

Вариант 2

1. Найдите площадь прямоугольника, если его стороны равны 1,7 дм и 5 см.

2. Квадрат и прямоугольник со сторонами 16 см и 25 см равновелики. Найдите сторону квадрата.

3. Площадь прямоугольника равна 225 м2, соседние стороны относятся как 1 : 9. Найдите его периметр.

4. В прямоугольном треугольнике *DEF* (*D* = 90) проведена высота *DP*. Докажите, что квадрат со стороной *DP* равновелик прямоугольнику со сторонами *EP* и *FP*.

5\*. Каким образом следует разделить отрезок *MN* точкой *H*, чтобы прямоугольник со сторонами равными *HM* и *HN* имел наибольшую площадь?

6\*. Постройте квадрат, площадь которого в два раза больше площади данного квадрата.

***18. Площадь параллелограмма***

Вариант 1

1. Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 11 см и 12 см, а один из углов равен 30.

2. Стороны параллелограмма равны 16 см и 8 см. Высота, опущенная на первую сторону, равна 6 см. Найдите вторую высоту параллелограмма.

3. Периметр параллелограмма равен 72 дм, высоты равны 3 дм и 9 дм. Найдите площадь параллелограмма.

4. Найдите формулу для вычисления площади параллелограмма по его периметру, равному *P*, и расстояниям *d*1, *d*2 от точки пересечения диагоналей до сторон.

5\*. На рисунке 16 изображен параллелограмм *ABCD*, точка *M* – произвольная точка диагонали *AC*, *OP* || *AB*, *KL* || *BC*. Определите вид четырёхугольников *MLDO* и *MKBP* и докажите, что они равновелики.

6\*. В прямоугольник, соседние стороны которого относятся как 3 : 4 вписан четырёхугольник, вершинами которого являются середины сторон этого прямоугольника. Найдите площадь вписанного четырёхугольника, если одна из его сторон равна 15 см.

 

Вариант 2

1. Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 6 см и 8 см, а один из углов равен 45.

2. Площадь параллелограмма равна 28 см2, стороны – 7 см и 8 см. Найдите его углы.

3. Площадь параллелограмма равна 72 дм2. Расстояния от точки пересечения его диагоналей до сторон равны 3 дм и 9 дм. Найдите периметр параллелограмма.

4. Найдите формулу для вычисления площади параллелограмма по его периметру, равному 2*p*, и двум его высотам *h*1, *h*2.

5\*. В параллелограмме *CDEF* (рис. 17) точка *O* – произвольная точка диагонали *DF*, через неё проведены отрезки *KL*, параллельный *CF*, и *MN*, параллельный *EF*. Определите вид четырёхугольников *OLEM* и *OKCN* и докажите, что они равновелики.

6\*. Через вершины четырёхугольника проведены прямые, параллельные его соответствующим диагоналям. Найдите площадь четырёхугольника, ограниченного этими прямыми, если площадь данного четырёхугольника равна 2*Q*.

***19. Площадь треугольника***

Вариант 1

1. Найдите площадь прямоугольного треугольника с катетами 5 дм и 12 см.

2. Найдите площадь треугольника, если две его стороны равны *a* и *b* и угол между ними равен 60.

3. Может ли площадь треугольника со сторонами 7 см и 8 см быть равной: а) 56 см2; б) 28 см2; в) 14 см2? Ответ поясните.

4. Найдите геометрическое место вершин *C* равновеликих треугольников, имеющих общую сторону *AB*.

5\*. Разделите данный прямоугольник на три равновеликие части прямыми, выходящими из одной его вершины.

6\*. Найдите площадь треугольника, если его медианы равны 6 см, 15 см и 18 см.

Вариант 2

1. Найдите площадь равностороннего треугольника со стороной 2 см.

2. Найдите площадь треугольника, если две его стороны равны *m* и *n* и угол между ними равен 30.

3. Может ли площадь треугольника со сторонами 4 дм и 12 дм быть равной: а) 12 дм2; б) 24 дм2; в) 48 дм2? Ответ поясните.

4. Постройте треугольник, площадь которого равна сумме площадей двух треугольников, имеющих одинаковую высоту.

5\*. Разделите данный параллелограмм на пять равновеликих частей прямыми, выходящими из одной его вершины.

6\*. Медианы треугольника равны 12 см, 9 см и 6 см. Найдите его площадь.

***20. Площадь трапеции***

Вариант 1

1. Высота трапеции равна 1 дм, площадь – 85 см2. Найдите её среднюю линию.

2. В трапеции *KLMN* с основаниями *LM* и *NK* диагонали пересекаются в точке *P*. Найдите пары равновеликих треугольников.

3. Найдите площадь равнобедренной трапеции с основаниями 12 см и 8 см и углом 135.

4. Докажите, что если в трапеции середину одной боковой стороны соединить с концами другой боковой стороны, то площадь полученного треугольника будет равна половине площади трапеции.

5\*. В трапеции *OPHQ* основания *PH* и *OQ* равны соответственно *p* и *q* (*p* < *q*), *OR = r*, где точка *R* принадлежит *OQ*. Найдите на *PH* точку *S*, чтобы отрезок *RS* разделил трапецию на две части, площади которых относятся как *m* : *n*.

6\*. Трапеция разделена диагоналями на четыре треугольника. Площади треугольников, прилегающих к основаниям равны *S*1 и *S*2. Найдите площади двух других треугольников.

Вариант 2

1. Основания трапеции равны 1,3 дм и 1,1 дм, площадь равна 48 см2. Найдите ее высоту.

2. В трапеции *EFGH* (*EF* || *GH*) диагонали пересекаются в точке *M*. Найдите пары равновеликих треугольников.

3. Найдите площадь прямоугольной трапеции с основаниями 5 см и 8 см, большая боковая сторона которой составляет с основанием угол 135.

4. Докажите, что площадь трапеции равна произведению одной из её боковых сторон на перпендикуляр, опущенный на неё из середины другой боковой стороны.

5\*. Трапеция *KLMN* (*KL* || *MN*) разделена отрезком *EF*, параллельным *KN*, где точки *E*, *F* принадлежат сторонам трапеции соответственно *KL* и *MN*, на две части *EFNK* и *EFML*, отношение площадей которых равно *m* : *n*. Найдите отрезок *KE*, если *KL = a*, *MN = b*.

6\*. Трапеция разделена диагоналями на четыре треугольника. Площади треугольников, прилегающих к основаниям равны *Q*1 и *Q*2. Найдите площади двух других треугольников.

***21. Площадь многоугольника***

Вариант 1

1. Найдите площадь квадрата, вписанного в окружность радиуса *R*.

2. Найдите площадь правильного шестиугольника со стороной *a*.

3. Около окружности, диаметр которой равен 16 см, описан многоугольник, площадь которого равна 192 см2. Найдите периметр многоугольника.

4. Найдите площадь четырёхугольника, если его диагонали равны 17 см и 9 см, а угол между ними равен 60.

5\*. Равносторонний треугольник со стороной 1 повернут вокруг своего центра на угол 60. Найдите площадь пересечения исходного треугольника и повёрнутого.

6\*. Постройте четырёхугольник, равновеликий данному пятиугольнику *ABCDE*.

Вариант 2

1. Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса *r*.

2. Найдите площадь правильного треугольника со стороной *b*.

3. Окружность радиуса 15 см вписана в правильный многоугольник со стороной 3 см. Найдите число сторон данного многоугольника, если его площадь равна 450 см­­­­­2.

4. Диагонали четырёхугольника равны 9 см и 81 см. Угол между ними равен 135. Найдите площадь данного четырёхугольника.

5\*. Квадрат со стороной 1 повернут вокруг его центра на угол 45. Найдите площадь пересечения исходного квадрата и повёрнутого.

6\*. Постройте пятиугольник, равновеликий данному шестиугольнику *ABCDEF*.

***22. Равносоставленность и задачи на разрезание***

Вариант 1

1. Разрежьте треугольник по прямой, проходящей через его вершину, на два равновеликих треугольника.

2. Разрежьте треугольник на шесть равновеликих треугольников

3. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке 18, на две равные части, чтобы в каждой из них была звёздочка.

4. Сложите: а) прямоугольник; б) равнобедренный прямоугольный треугольник из семи частей квадрата, изображённых на рисунке 19.

5\*. Разрежьте прямоугольный треугольник, имеющий угол 30, на четыре равных треугольника.

6\*. Докажите, что ромб равносоставлен с равновеликим ему квадратом.

 

Вариант 2

1. Разрежьте треугольник по прямым, проходящим через его вершину, на три равновеликих треугольника.

2. Разрежьте параллелограмм на 12 равных треугольников.

3. Разрежьте фигуру, изображённую на рисунке 20, на две равные части, чтобы в каждой из них была звёздочка.

4. Сложите: а) параллелограмм; б) равнобедренную трапецию из семи частей квадрата, изображённых на рисунке 19.

5\*. Разрежьте прямоугольный треугольник, имеющий угол 30, на четыре подобных треугольника.

6\*. Докажите, что прямоугольник равносоставлен с равновеликим ему параллелограммом.

******

**5. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**

***Контрольная работа № 1***

Вариант 1

1. Найдите диагонали четырёхугольника, образованного биссектрисами углов параллелограмма, соседние стороны которого равны 3 см и 5 см.

2. В прямоугольном треугольнике *ABC* из вершины прямого угла *C* опущена высота *CH*, равная 5 см. Из точки *H* опущены перпендикуляры *HK* и *HL* на катеты треугольника. Найдите расстояние между точками *K* и *L*.

3. Диагонали четырёхугольника равны 4 и 6. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.

4. Основания *AB* и *CD* трапеции равны 3 и 5 соответственно. Найдите длину отрезка *EF*, соединяющего середины диагоналей этой трапеции.

5\*. В треугольнике *ABC* точка *C*1 делит сторону *AB* в отношении 2 : 1, точка *A*1 делит сторону *BC* в отношении 1 : 2. Отрезки *AA*1 и *CC*1 пересекаются в точке *O*. Найдите отношение, в котором точка *O* делит отрезок *CC*1.

Вариант 2

 1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5 м. Из точки, взятой на основании этого треугольника, проведены две прямые, параллельные боковым сторонам. Найдите периметр получившегося параллелограмма.

 2. В квадрате расстояние от точки пересечения диагоналей до одной из его сторон равно 2 см. Найдите периметр этого квадрата.

 3. Через вершины треугольника проведены прямые, параллельные его противолежащим сторонам. Найдите периметр треугольника, ограниченного этими прямыми, если периметр исходного треугольника равен 8 см.

 4. Основания трапеции равны 4 см и 8 см. Найдите отрезки, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

5\*. В треугольнике *ABC* точка *C*1 делит сторону *AB* в отношении 2 : 1, точка *A*1 делит сторону *BC* в отношении 2 : 1. Отрезки *AA*1 и *CC*1 пересекаются в точке *D*. Найдите отношение, в котором точка *D* делит отрезок *AA*1.

***Контрольная работа № 2***

Вариант 1

 1. Дуги *AB* и *CD* окружности составляют соответственно 70о и 40о. Найдите угол *AQB*, образованный пересекающимися хордами *AC* и *BD*.

2. Найдите величину угла *ACB*, если его вершина *C* расположена вне окружности, стороны пересекают окружность, а дуги окружности, лежащие внутри угла равны соответственно 120о и 50о.

3. Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 80° и 60°. Найдите остальные углы четырёхугольника.

4. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, которые равны 5 см и 3 см, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите периметр треугольника.

5\*. Докажите, что если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то этот треугольник прямоугольный.

Вариант 2

 1. Дуги *AB* и *CD* окружности составляют соответственно 50о и 80о. Найдите угол *AQB*, образованный пересекающимися хордами *AC* и *BD*.

2. Найдите величину угла *ACB*, если его вершина *C* расположена вне окружности, стороны пересекают окружность, а дуги окружности, лежащие внутри угла равны соответственно 130о и 70о.

3. Три последовательные угла вписанного в окружность четырёхугольника относятся как 3:4:6. Найдите углы четырёхугольника.

4. В равнобедренном треугольнике боковые стороны делятся точками касания вписанной окружности в отношении 2:1, считая от вершины, противолежащей основанию. Найдите основание треугольника, если его периметр равен 24 см.

 5\*. Докажите, что медиана прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

***Контрольная работа № 3***

Вариант 1

1. В треугольнике *ABC* *AB* = 6 см, *BC* = 4 см, *AC* = 8 см. Найдите стороны подобного ему треугольника *A*1*B*1*C*1, если его сторона *A*1*B*1 больше соответствующей стороны *AB* на 3см.

2. Радиус окружности равен 6 см. Через точку *C*, удалённую от центра этой окружности на расстояние 4 см, проведена хорда *AB =* 10 см. Найдите отрезки *AC* и *BC*.

3. Катеты *AC* и *BC* прямоугольного треугольника *ABC* равны соответственно 6 см и 8 см. Катет *AC* является диаметром окружности, которая пересекает гипотенузу *AB* в точке *D*. Найдите отрезки *AD* и *BD*.

4. В равнобедренной трапеции основания равны 6 см и 14 см, высота трапеции равна 3 см. Найдите боковую сторону трапеции.

 5\*. В прямоугольный треугольник вписан квадрат таким образом, что две его вершины принадлежат гипотенузе. Эти вершины делят гипотенузу последовательно на отрезки *a*, *b*, *c*. Докажите, что *b*2 = *ac*.

Вариант 2

 1. Даны два подобных треугольника *ABC* и *A*1*B*1*C*1. Стороны первого треугольника равны: *AB* = 5 см, *BC* = 4 см, *AC* = 6 см. Найдите стороны второго треугольника *A*1*B*1*C*1, если его меньшая сторона равна 2.

 2. Через середину *E* хорды *AB* окружности проведена вторая хорда *CD*, делящаяся точкой *E* на отрезки, равные 3 см и 4 см. Найдите длину хорды *AB*.

3. Найдите катеты прямоугольного треугольника, если один из них является диаметром окружности, которая пересекает гипотенузу и делит её на отрезки 3,6 см и 6,4 см.

 4. Основания прямоугольной трапеции равны 2 см и 3 см, меньшая боковая сторона равна 1 см. Найдите большую боковую сторону.

 5\*. В прямоугольный треугольник c катетами *a* и *b* вписан квадрат таким образом, что у них один общий угол. Сторона квадрата равна *c*. Докажите, что .

***Контрольная работа № 4***

Вариант 1

# 1. Катеты прямоугольного треугольника равны 5 см и 12 см. Найдите косинус его меньшего угла.

 2. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90о, *CH* – высота, угол *A* равен 30о, *BC =* 1. Найдите *AH*.

 3. Найдите sin *A*, если tg *A =* .

 4. Косинус тупого угла *A* равен . Найдите остальные тригонометрические функции этого угла.

 5\*. Даны два смежных угла. Чему равна сумма их котангенсов?

Вариант 2

# 1. Катеты прямоугольного треугольника равны 3 см и 4 см. Найдите синус его меньшего угла.

 2. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90о, *CH* – высота, угол *A* равен 30о, *AB =* 1. Найдите *BH*.

 3. Найдите cos *A*, если ctg *A =* .

 4. Синус тупого угла *A* равен . Найдите остальные тригонометрические функции этого угла.

 5\*. Даны два смежных угла. Чему равна сумма их тангенсов?

# ***Контрольная работа № 5***

Вариант 1

1. Найдите площадь равнобедренного треугольника по боковой стороне и высоте, опущенной на основание, которые равны соответственно 5 см и 2 см.

2. Найдите площадь параллелограмма, две высоты которого равны 3 см и 2 см, и угол равен 60.

3. Площадь ромба равна 367,5 дм2. Найдите диагонали ромба, если они относятся как 3 : 5.

4. Найдите площадь трапеции, у которой основания равны 19 см и 5 см, а боковые стороны равны 15 см и 13 см.

5\*. Внутри треугольника *ABC* взята точка *M* такая, что площади треугольников *AMB*, *BMC* и *AMC* равны. Докажите, что *M* – точка пересечения медиан данного треугольника.

Вариант 2

1. Найдите площадь равнобедренного прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна 9 см.

2. Найдите площадь параллелограмма, если его периметр и высоты равны соответственно 42 см, 8 см и 6 см.

3. Площадь ромба равна 45 дм2. Высота меньше стороны на 4 см. Найдите диагонали ромба.

4. Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой боковая сторона равна 15 см, диагональ перпендикулярна боковой стороне и равна 20 см.

5\*. Докажите, что сумма расстояний от точки, взятой внутри правильного треугольника, до его сторон есть величина постоянная, равная высоте данного треугольника.

 **6. ТЕСТЫ**

***Тест № 1 «Четырёхугольники»***

1. Сколько разных параллелограммов можно получить из двух равных разносторонних треугольников, прикладывая их друг к другу различным образом?

 1) 1.

2) 2.

 3) 3.

 4) 6.

2. Сумма двух углов параллелограмма равна 126. Найдите его углы.

 1) 63, 63, 126, 126.

2) 54, 126, 54, 126.

 3) 63, 117, 63, 117.

 4) 54, 126, 63, 117.

3. Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 24 и 46. Найдите углы параллелограмма.

 1) 24, 156, 46, 134.

2) 22, 68, 22, 68.

 3) 70, 70, 110, 110.

 4) 22, 158, 22, 158.

4. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 2:3, считая от вершины тупого угла. Найдите несмежные стороны параллелограмма, если его периметр равен 90 см.

 1) 16,875 см, 28,125 см.

2) 18 см, 27 см.

 3) 32 см, 58 см.

 4) 45 см, 135 см.

5. В прямоугольнике перпендикуляры, проведённые из точки пересечения диагоналей к его сторонам равны соответственно 3 см и 5 см. Найдите периметр прямоугольника.

 1) 16 см.

2) 24 см.

 3) 32 см.

 4) 48 см.

6. В треугольнике *ABC* *C*=90, *AC = BC* = 12 см. Из точки *M*, взятой на *AB*, проведены прямые, параллельные катетам. Найдите периметр образовавшегося четырёхугольника.

 1) 12 см.

2) 24 см.

 3) 30 см.

 4) 48 см.

7. Определите вид четырёхугольника, вершины которого находятся в серединах сторон прямоугольника.

 1) Параллелограмм общего вида.

2) Прямоугольник.

 3) Ромб.

 4) Квадрат.

8. В ромбе одна из диагоналей равна его стороне. Найдите углы ромба.

1) 30, 60, 30, 60.

2) 30, 150, 30, 150.

 3) 60, 60, 120, 120.

 4) 45, 45, 135, 135.

9. В ромбе перпендикуляр, проведённый из вершины тупого угла, делит сторону пополам. Найдите углы ромба.

1) 60, 60, 120, 120.

2) 45, 45, 135, 135.

 3) 90, 90, 90, 90.

 4) 30, 30, 150, 150.

10. Из точки пересечения диагоналей ромба опущены на его стороны перпендикуляры, основания которых последовательно соединены отрезками. Определите вид образовавшегося четырёхугольника.

 1) Параллелограмм общего вида.

2) Прямоугольник.

 3) Ромб.

 4) Квадрат.

11. Из каких двух равных треугольников можно сложить квадрат?

 1) Правильных.

2) Прямоугольных.

3) Равнобедренных.

 4) Равнобедренных прямоугольных.

12. В параллелограмме одна из диагоналей делит его угол пополам. Определите его вид.

 1) Параллелограмм общего вида.

2) Прямоугольник.

 3) Ромб.

 4) Квадрат.

13. В четырёхугольнике диагонали равны, перпендикулярны и в точке пересечения делятся пополам. Определите вид четырёхугольника.

 1) Параллелограмм общего вида.

2) Прямоугольник.

 3) Ромб.

 4) Квадрат.

14. В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан квадрат (вершины принадлежат сторонам треугольника), имеющий с ним общий угол. Найдите периметр квадрата, если катет треугольника равен *b*.

 1) .

2) 2*b*.

 3) 4*b*.

 4) *b*2.

15. Стороны треугольника относятся как 1:3:4, его периметр равен 48 см. Найдите стороны треугольника, вершины которого находятся в серединах сторон данного треугольника.

 1) 6 см, 18 см, 24 см.

2) 3 см, 9 см, 12 см.

 3) 12 см, 36 см, 24 см.

 4) 8 см, 24 см, 32 см.

16. В равностороннем треугольнике со стороной, равной 18 см, через середину одной из них проведены прямые, параллельные двум другим сторонам. Найдите периметр образовавшегося четырёхугольника.

 1) 18 см.

2) 36 см.

 3) 48 см.

 4) 72 см.

17. Углы при основании трапеции равны 71 и 34. Найдите остальные её углы.

 1) 34, 71.

2) 56, 19.

 3) 105, 75.

 4) 109, 146.

18. В равнобедренной трапеции основания равны 13 см и 28 см., острый угол равен 60. Найдите её периметр.

 1) 41 см.

2) 71см.

 3) 82 см.

 4) 20,5 см.

19. В прямоугольной трапеции один из углов равен 45, средняя линия равна 24 см, основания относятся как 3:5. Найдите меньшую боковую сторону.

 1) 12 см.

2) 6 см.

 3) 24 см.

 4) 32 см.

20. Средняя линия трапеции делится её диагоналями на части, которые относятся как 2:3:2. Найдите основания трапеции, если её средняя линия равна 42 см.

 1) 12 см, 30 см.

2) 24 см, 30 см.

 3) 24 см, 60 см.

 4) 24 см, 36 см.

***Тест № 2 «Вписанные и описанные многоугольники»***

1. Где находится центр окружности, описанной около треугольника?

 1) В ортоцентре (точка пересечения прямых, на которых лежат высоты треугольника).

 2) В центроиде (точка пересечения медиан треугольника).

 3) В точке пересечения серединных перпендикуляров сторон.

 4) В точке пересечения биссектрис.

2. Где находится центр окружности, вписанной в треугольник?

 1) В ортоцентре.

 2) В центроиде.

 3) В точке пересечения серединных перпендикуляров сторон.

 4) В точке пересечения биссектрис.

3. Определите вид треугольника, если центр описанной около него окружности находится на одной из его сторон.

 1) Равносторонний.

 2) Остроугольный.

 3) Прямоугольный.

 4) Тупоугольный.

4. Какой вид имеет треугольник, если расстояние от его ортоцентра до центра описанной около него окружности больше радиуса этой окружности?

1) Равносторонний.

 2) Остроугольный.

 3) Прямоугольный.

 4) Тупоугольный.

5. Какой вид имеет треугольник, если расстояние от его ортоцентра до центра описанной около него окружности равно радиусу этой окружности?

1) Равносторонний.

 2) Остроугольный.

 3) Прямоугольный.

 4) Тупоугольный.

6. Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит внутри него. Определите вид треугольника.

 1) Остроугольный.

 2) Прямоугольный.

 3) Тупоугольный.

 4) Нельзя определить.

7. Во сколько раз радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, больше радиуса вписанной в этот треугольник окружности?

 1) В 2 раза.

 2) В 3 раза.

 3) В 4 раза.

 4) В 6 раз.

8. Центральный угол окружности на 42 больше вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Найдите эти углы.

 1) 42, 84.

2) 42, 21.

3) 14, 28.

4) 21, 1030’.

9. В окружности проведена хорда, равная радиусу. Под каким углом видна эта хорда из произвольной точки окружности, отличной от её концов?

 1) 30, 150.

2) 60, 300.

3) 90.

4) 180.

10. Под каким углом из точки дуги видна стягивающая её хорда, если дуга составляет 20% окружности?

1) 36.

2) 72.

3) 144.

4) 288.

11. В угол вписана окружность. Точки касания делят её на две части, которые относятся как 7:11. Найдите данный угол.

1) 40.

2) 70.

3) 110.

4) 140.

12. Около четырехугольника *ABCD* описана окружность. Его углы *A*, *B*, *C* относятся как 1:2:3. Найдите угол *D*.

1) 30.

2) 45.

3) 60.

4) 90.

13. В четырёхугольник *ABCD* вписана окружность, *AB* = 11 см, *CD* = 17 см. Найдите периметр четырёхугольника.

1) 14 см.

2) 28 см.

3) 40 см.

4) 56 см.

14. Меньшая сторона прямоугольника равна 3,6 см. Угол между диагоналями 120. Найдите диаметр описанной окружности.

1) 1,8 см.

2) 3,6 см.

3) 7,2 см.

4) 14,4 см.

15. Найдите радиус окружности, вписанной в ромб со стороной 12 см и углом 30.

 1) 3 см.

 2) 4 см.

 3) 6 см.

 4) 8 см.

16. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 20 см, ее большая боковая сторона равна 6 см. Найдите радиус окружности.

 1) 2 см.

 2) 4 см.

 3) 10 см.

 4) 14 см.

17. Какой наибольший центральный угол может быть у правильного многоугольника, вписанного в окружность?

 1) 60.

 2) 90.

 3) 120.

 4) Нельзя определить.

18. Периметр правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равен 36 см. Найдите диаметр окружности.

 1) 6 см.

 2) 9 см.

 3) 12 см.

 4) 18 см.

19. Угол между стороной правильного *n*-угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен 70. Найдите *n*.

 1) 6.

 2) 8.

 3) 9.

 4) 12.

20. Найдите число сторон правильного многоугольника, у которого угол на 108 больше центрального угла описанной окружности.

 1) 5.

 2) 10.

 3) 12.

 4) 15.

***Тест № 3 «Подобие»***

1. Сколько пар подобных треугольников получится, если в прямоугольном треугольнике провести высоту из вершины прямого угла?

 1) 2.

 2) 3.

 3) 4.

 4) 6.

2. Сколько получится подобных треугольников, если в треугольнике провести все его средние линии?

 1) 3.

2) 4.

 3) 5.

 4) 6.

3. Два треугольника подобны. Два угла одного треугольника равны 55о и 80о. Найдите наименьший угол второго треугольника.

1) 25о.

 2) 35о.

 3) 45о.

 4) 55о

4. Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника отсекает от этого треугольника подобный ему треугольник. Найдите угол данного треугольника, противолежащий основанию.

1) 30о.

 2) 36о.

 3) 45о.

 4) 54о.

5. Стороны треугольника относятся как 2:3:4. Большая сторона подобного ему треугольника равна 36 см. Найдите периметр второго треугольника.

 1) 81 см.

 2) 36 см.

 3) 144 см.

 4) 334 см.

6. В треугольниках *ABC* и *A*1*B*1*C*1 *A* = *A*1 и *B* = *B*1, *AB* = 4,2 см, *BC* = 6,3 см, *AC* = 3,6 см, *A*1*C*1 = 2,4 см. Найдите *A*1*B*1 и *B*1*C*1.

 1) 6,3 см и 9,45 см.

 2) 3 см и 5,1 см.

 3) 2,8 см и 4,2 см.

 4) 25,2 см и 37,8 см.

7. В треугольнике *XYZ* проведён отрезок *YO*, точка *O* принадлежит стороне *XZ*, таким образом, что *XOY = XYZ*. Найдите *XO* и *ZO*, если *XY*=24 мм, *XZ*=36 мм.

 1) 16 мм, 24 мм.

 2) 16 мм, 20 мм.

 3) 12 мм, 18 мм.

 4) 12 мм, 24 мм.

8. В треугольнике *KLM* *KL* = 25 см, *LM* = 20 см, *KM* = 30 см. На стороне *KL* от вершины *K* отложен отрезок *KN* = 21 см, *LNP =M*, где точка *P* принадлежит стороне *ML*. Найдите периметр треугольника *LNP*.

 1) 75 см.

 2) 50 см.

 3) 25 см.

 4) 15 см.

9. Периметр одного треугольника составляет периметра подобного ему треугольника. Разность двух соответствующих сторон треугольников равна 2 см. Найдите эти стороны.

1) 13 см, 11 см.

 2) 24 см, 22 см.

 3) 39 см, 33 см.

 4) 169 см, 121 см.

10. Во сколько раз нужно увеличить каждую из сторон треугольника, чтобы получить треугольник, подобный данному, с периметром в 3 раза большим периметра данного треугольника.

 1) В раза.

 2) В раз.

 3) В 3 раза.

 4) В 9 раз.

11. У двух равнобедренных треугольников углы между боковыми сторонами равны. Боковая сторона и основание одного треугольника равны соответственно 18 см и 6 см, основание другого равно 5 см. Найдите его боковую сторону.

1) 10 см.

 2) 12 см.

 3) 15 см.

 4) 20 см.

12. Хорды *AB* и *CD* окружности пересекаются в точке *E*. *AE =* 6, *BE =* 2, *CE =* 3. Найдите *DE*.

1) 1.

 2) 2.

 3) 3.

 4) 4.

13. Радиус окружности равен 4. Через середину *C* радиуса под углом 30о к нему проведена хорда *AB*. Найдите произведение отрезков *AC* и *BC*.

1) 4.

 2) 6.

 3) 8.

 4) 12.

14. Через точку *С*, расположенную вне окружности, проведены прямая, пересекающая окружность в точках *A* и *B*, и касательная *CD* (*D* – точка касания). Найдите *CD*, если *AC =* 2, *BC =* 8.

1) 2.

 2) 4.

 3) 6.

 4) 8.

15. Радиус окружности равен 2. На продолжении радиуса взята точка *C*, отстоящая от центра *O* окружности на расстояние 3. Через точку *C* проведена прямая под углом 30о к *OC*, пересекающая окружность в точках *A* и *B*. Найдите произведение отрезков *AC* и *BC*.

1) 5.

 2) 6.

 3) 10.

 4) 12.

16. Найдите сторону ромба, если его диагонали равны 6 м и 8 м.

1) 4.

 2) 5.

 3) 6.

 4) 8.

17. Сторона ромба равна 13. Одна из его диагоналей равна 10. Найдите другую диагональ.

1) 20.

 2) 23.

 3) 24.

 4) 26.

18. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 10, основание равно 12. Найдите высоту этого треугольника, опущенную на основание.

1) 5.

 2) 6.

 3) 7.

 4) 8.

19. Основание равнобедренного треугольника равно 8, высота, опущенная на основание, равна 3. Найдите боковую сторону этого треугольника.

1) 3.

 2) 4.

 3) 5.

 4) 6.

20. Найдите высоту равнобедренной трапеции, у которой основания равны 4 и 10, а боковая сторона равна 5.

1) 4.

 2) 5.

 3) 6.

 4) 8.

***Тест № 4 «Элементы тригонометрии»***

1. Косинусомострого угла прямоугольного треугольника называется отношение

1) противолежащего к этому углу катета к гипотенузе.

2) прилежащего к этому углу катета к гипотенузе.

3) прилежащего к этому углу катета к противолежащему.

4) противолежащего к этому углу катета к прилежащему.

2. Тангенсомострого угла прямоугольного треугольника называется отношение

1) противолежащего к этому углу катета к гипотенузе.

2) прилежащего к этому углу катета к гипотенузе.

3) прилежащего к этому углу катета к противолежащему.

4) противолежащего к этому углу катета к прилежащему.

3. Чему равен sin 60?

 1) .

2) .

3) .

4) .

4. Чему равен ctg 30?

 1) .

2) .

3) .

4) .

5. Для какого угла sin = cos ?

 1) 30.

2) 45.

3) 60.

4) 90.

6. Для каких углов *А* выполняется неравенство sin *A <* cos *A*?

1) *A <* 30.

2) *A <* 45.

3) *A <* 60.

4) *A <* 90.

7. Катеты прямоугольного треугольника равны 12 см и 5 см. Найдите синус его меньшего угла *A*.

1) .

2) .

3) .

4) .

8. В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90о, *CH* – высота, *AC =* 5, *AH =* 4. Найдите cos *B*.

 1) 0,2.

 2) 0,4.

 3) 0,6.

 4) 0,8.

9. Высота, проведённая к основанию равнобедренного треугольника, равна 3 см, основание равно 8 см. Найдите синус угла при основании данного треугольника.

 1) sin = .

 2) sin = .

 3) sin = .

 4) sin = .

10. Диагональ прямоугольника в два раза больше одной из его сторон. Найдите угол между диагоналями прямоугольника.

1) 30.

2) 60.

3) 120.

4) 150.

11. Найдите sin *B*, если cos *B* = .

 1) .

 2) .

 3) .

 4) .

12. Найдите tg *F*, если cos *F* = 0,2.

1) .

2) .

3) .

4) .

13. Упростите выражение .

 1) .

 2) .

 3) .

 4) .

14. Найдите .

1) .

 2) .

 3) .

 4) .

15. Найдите sin *A*, если ctg *A =*.

1) .

 2) .

 3) .

 4) .

16. Расположите в порядке возрастания тангенсы углов: 70о, 80о, 100о.

 1) tg 70о < tg 80о < tg 100о.

 2) tg 80о < tg 70о < tg 100о.

 3) tg 100о < tg 80о < tg 70о.

 4) tg 100о < tg 70о < tg 80о.

17. Использую таблицу тригонометрических функций, найдите ширину реки, если человек ростом 175 cм, стоящий на противоположном берегу реки, виден под углом 2о.

 1) 25 м.

 2) 50 м.

 3) 75 м.

 4) 100 м.

18. Использую таблицу тригонометрических функций, найдите приближённое значение угла, под которым виден столб высотой 5 м, находящийся от наблюдателя на расстоянии 100 м. В ответе укажите целое число градусов.

 1) 1о.

 2) 2о.

3) 3о.

4) 4о.

19. Горная железная дорога поднимается на 1 м на каждые 30 м пути. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол подъёма в градусах. В ответе укажите приближённое значение, выражаемое целым числом градусов.

1) 1о.

 2) 2о.

3) 3о.

4) 4о.

20. Вершина радиомачты видна с расстояния 400 м от её основания под углом 5о. Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите высоту радиомачты.

1) 26 м.

 2) 36 м.

 3) 46 м.

 4) 56 м.

***Тест № 5 «Площадь четырехугольников»***

1. Найдите площадь параллелограмма, если его стороны равны 4 см и 6 см, а один из углов равен 30.

1) 3 см2.

2) 12 см2.

3) 24 см2.

4) 48 см2.

2. Площадь параллелограмма равна 24 см2. Найдите расстояние между его сторонами, равными 8 см.

 1) 3 см.

 2) 4 см.

 3) 8 см.

 4) 12 см.

3. В параллелограмме, площадь которого равна 72 дм2, стороны равны 6 дм и 10 дм. Найдите его высоты.

 1) 1,2 дм, 1,5 дм.

 2) 1,5 дм, 18 дм.

 3) 72 см, 120 см.

 4) 720 дм, 12 дм.

4. Площадь параллелограмма равна 36 см2. Расстояния от точки пересечения диагоналей до его сторон равны 2 см и 3 см. Найдите периметр параллелограмма.

 1) 7,2 см.

 2) 15 см.

 3) 30 см.

 4) 60 см.

5. Найдите площадь параллелограмма по двум его высотам *h*1 и *h*2 и периметру 2*p*.

 1) *h*1*h*2 *p*.

 2) (*h*1+*h*2) *p*.

 3) 2*ph*1*h*2.

 4) .

6. Как изменится площадь прямоугольника, если одну из его сторон увеличить в 12 раз?

 1) Увеличится в 12 раз.

 2) Уменьшится в 6 раз.

 3) Увеличится в 6 раз.

 4) Увеличится в 144 раза.

7. Найдите стороны прямоугольника, если они относятся как 2:5, а его площадь равна 400 см2.

 1) 10 см, 40 см.

 2) см, 10 см.

 3) 16 см, 25 см.

 4) см, см.

8. Квадрат и ромб имеют одинаковые периметры. Какой из них имеет большую площадь?

 1) Квадрат.

2) Ромб.

 3) Площади равны.

 4) Нельзя определить.

9. Площадь прямоугольника равна 400 см2. Одну из его сторон увеличили в 2 раза, а другую уменьшили в 4 раза. Найдите площадь получившегося прямоугольника.

 1) 50 см2.

 2) 80 см2.

3) 100 см2.

4) 200 см2.

10. Найдите площадь участка, имеющего форму прямоугольника, в гектарах, если его стороны равны 100 м и 300 м.

 1) 0,03 га.

 2) 3 га.

 3) 30 га.

 4) 300 га.

11. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 6 см и 8 см.

 1) 12 см2.

 2) 24 см2.

 3) 28 см2.

 4) 48 см2.

12. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна *d*.

 1) *d*2.

 2) 2 *d*.

 3) .

 4) .

13. В прямоугольнике, стороны которого равны 1 см и 3 см, проведены до взаимного пересечения биссектрисы двух углов при большой стороне. Найдите площадь получившегося четырёхугольника.

 1) 1,5 см2.

 2) 2 см2.

 3) 3 см2.

 4) 4 см2.

14. Площадь ромба равна 2 м2, тупой угол равен 150. Найдите периметр ромба.

 1) 1 м.

 2) 2 м.

 3) 8 м.

4) 16 м.

15. Площадь ромба равна 18 дм2. Найдите его диагонали, если они относятся как 1:4.

 1) 9 дм и 36 дм.

 2) 3 см и 12 см.

 3) 6 см и 24 см.

 4) 12 дм и 3 дм.

16. Высота трапеции равна 12 см, площадь – 120 см2. Найдите её среднюю линию.

 1) 5 см.

 2) 10 см.

 3) 12 см.

 4) 20 см.

17. Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой основания равны 15 см и 17 см, и боковая сторона составляет с одним из оснований угол 45.

 1) 8 см2.

2) 16 см2.

 3) 32 см2.

 4) 127,5 см2.

18. Найдите площадь прямоугольной трапеции, у которой меньшие стороны равны по 12 см каждая, а наибольший угол равен 135.

 1) 216 см2.

2) 144 см2.

3) 72 см2.

4) 48 см2.

19. Основания равнобедренной трапеции равны 9 см и 5 см, боковые стороны равны средней линии. Найдите её площадь.

 1) 22,5 см2.

2) 42 см2.

3) 3 см2.

4) 21 см2.

20. Площадь трапеции равна 60 см2, а её высота равна 2 см. Найдите основания трапеции, если они относятся как 5:7.

 1) 25 см и 35 см.

 2) 30 см и 42 см.

 3) 10 см и 14 см.

 4) 5 см и 25 см.

***Тест № 6 «Площадь треугольника»***

1. Два треугольника имеют по равной стороне. Как относятся их площади?

 1) Как высоты.

 2) Как периметры.

3) Как высоты, проведенные к данным сторонам.

 4) Нельзя определить.

2. Две стороны треугольника равны 8 см и 6 см. Высота, проведенная к первой стороне равна 12 см. Найдите высоту, проведенную ко второй стороне.

 1) 4 см.

 2) 8 см.

 3) 16 см.

 4) 32 см.

3. Катеты прямоугольного треугольника равны 5 см и 12 см. Найдите его высоты.

 1) 5 см, см, 12 см.

 2) 2,5 см, 6 см, 13 см.

 3) 5 см, 8,5 см, 12 см.

 4) 25 см, 144 см, 169 см.

4. Найдите площадь прямоугольного треугольника, в котором гипотенуза равна 5 см, а один из катетов равен 4 см.

 1) 10 см2.

 2) 5 см2.

 3) 12 см2.

 4) 6 см2.

5. Найдите площадь прямоугольного равнобедренного треугольника по его гипотенузе *c*.

 1) .

 2) .

 3) 2*c*2.

 4) *c*2.

6. Найдите площадь равностороннего треугольника со стороной 1.

 1) 2.

 2) .

 3) .

 4) .

7. Найдите квадрат стороны правильного треугольника, если его площадь равна *Q*.

 1) .

 2) 4 *Q*2.

 3) .

 4) 2.

8. Найдите площадь равностороннего треугольника по его высоте *h*.

 1) *h*.

2) *h*.

 3) *h*2.

 4) *h*2.

9. Найдите высоту ромба, если его диагонали относятся как 3:4, а площадь равна 96 см2.

 1) 4,8 см.

 2) 6 см.

3) 9,6 см.

4) 6,4 см.

10. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его основание равно 6 см, а боковая сторона равна 10 см.

 1) 3 см2.

 2) 27 см2.

 3) 16 см2.

 4) 30 см2.

11. Как относятся площади фигур, на которые разделен треугольник своей средней линией?

 1) 1:2.

 2) 1:3.

 3) 1:4.

 4) 2:3.

12. Стороны треугольника равны 10 см и 16 см, угол между ними равен 60 . Найдите площадь треугольника.

 1) 40 см2.

 2) 40 см2.

 3) 80 см2.

 4) 40 см2.

13. Во сколько раз площадь параллелограмма больше площади четырёхугольника, вершины которого находятся в серединах сторон данного параллелограмма.

 1) В 2 раза.

 2) В 4 раза.

 3) В 8 раз.

 4) В 16 раз.

14. Из середины стороны треугольника проведены прямые, параллельные двум другим сторонам. Найдите площадь получившегося четырёхугольника, если площадь данного треугольника равна 60 см2.

 1) 15 см2.

 2) 20 см2.

 3) 30 см2.

4) 45 см2.

15. В каких пределах находится площадь (*S*) треугольника со сторонами 9 см и 2 см?

 1) *S* > 9 см2.

 2) *S* <18 см2.

 3) 0*S* < 18 см2.

 4) 0 < *S * 9 см2.

16. Найдите наибольшую площадь треугольника, имеющего стороны 10 см и 20 см.

 1) 40 см2.

 2) 100 см2.

 3) 200 см2.

 4) 400 см2.

17. На сколько равновеликих треугольников разбивается треугольник своими медианами?

 1) На 2.

2) На 4.

 3) На 6.

 4) Нет равновеликих треугольников.

18. Стороны треугольника равны 13 см, 14 см и 15 см. Найдите его площадь.

 1) 21 см2.

2) 42 см2.

3) см2.

4) 84 см2.

19. Стороны треугольника относятся как 4:13:15. Площадь равна 96 см2. Найдите его стороны.

 1) 8 см, 26 см, 30 см.

 2) 2 см, 6,5 см, 7,5 см.

 3) 16 см, 52 см, 60 см.

 4) 2 см, см, см.

20. Медианы равнобедренного треугольника равны 15 дм, 18 дм, 15 дм. Найдите площадь этого треугольника.

 1) 90 дм2.

 2) 120 дм2.

 3) 135 дм2.

 4) 144 дм2.

**7. ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ**

***Четырехугольники***

 1. На рисунке 21 изображено устройство, которое называется «*параллельные линейки*» и используется для построения параллельных прямых. Объясните, как им пользуются.



2. Объясните по рисунку 22, как находится расстояние между недоступными объектами *X* и *Y*, которые находятся, например, на противоположном от наблюдателя берегу реки, *MN* - искомое расстояние.



3. В старинных паровозах на колесах закреплялся специальный стержень *ST* (рис. 23), равный расстоянию между центрами соответствующих окружностей, который передавал движение от первого колеса ко второму, равному ему колесу. Объясните, как должен быть расположен стержень относительно линии центров (прямая, соединяющая центры двух окружностей).



 4. В прямоугольной пластине нужно просверлить круглое отверстие на равном расстоянии от вершин. Как найти центр отверстия?

 5. Мастеру заказали изготовить ставни, чтобы закрыть прямоугольные окна на даче. Какие размеры он должен снять с каждого окна?

 6. Как, имея двустороннюю линейку, построить ромб?

 7. Как, имея двустороннюю линейку, данный угол: а) разделить пополам; б) удвоить?

 8. Как проверить, что салфетка имеет форму квадрата? Достаточно ли перегнуть ее по: а) одной диагонали; б) двум диагоналям?

 9. На одной прямой на равном расстоянии друг от друга стоят три телеграфных столба. Крайние находятся от дороги на расстояниях 18 м и 48 м. Сделайте соответствующий рисунок и найдите расстояние, на котором находится от дороги средний столб.

 10. Участок между двумя параллельными улицами имеет вид четырехугольника *ABCD* (*AD||BC*) *AB* = 28 см, *BC* = 35 см, *AD* = 42 см, *B*=112. Выберите масштаб и нарисуйте план участка. Найдите приблизительно периметр участка и количество досок шириной 10 см, которые нужно заготовить, чтобы обнести его плотным забором.

***Вписанные и описанные многоугольники***

 11. В металлической пластине просверлены три круглых отверстия, их центры не принадлежат одной прямой. Где нужно просверлить четвёртое отверстие, чтобы его центр находился на равном расстоянии от центров трёх данных отверстий?

 12. В треугольной пластине нужно просверлить круглое отверстие, чтобы оно находилось на равных расстояниях от её сторон. Где должен быть центр отверстия?

 13. В каком месте потолка нужно повесить люстру, чтобы все углы прямоугольной комнаты были одинаково освещены?

 14. В каком месте ромбовидной поляны нужно встать, чтобы эхо одинаково отражалось от всех стен леса?

 15. В окружность без указанного центра с помощью чертёжного угольника впишите квадрат.

 16. Из фанеры требуется выпилить круглую крышку для бочки. Какие измерения нужно сделать мастеру, имея в своем распоряжении одну рулетку?

17. Для того чтобы предупредить корабли об имеющихся на их пути трёх мелях *A*, *B*, *C*, поставили два маяка *M*1 и *M*2, которые расположены на окружности, охватывающей опасный участок (рис. 24). Угол *M*1*OM*2 должен быть известен лоцманам, ведущим корабли. Как могут лоцманы, измеряя угол между направлениями на оба маяка, узнавать, находятся ли корабли вне зоны опасности?



18. Ученику нужно провести *трисекцию* (разделить на три равные части) центрального угла на выпиленной круглой пластине. Он поступил следующим образом: провел хорду, соответствующую данному центральному углу, разделил её на три равные части и точки деления соединил с центром пластины. Разделился ли при этом центральный угол на три равные части? Обоснуйте свой ответ.

 19. Известно, что громоотвод защищает от молнии на расстоянии от его основания не более его удвоенной высоты. Где на дачном участке лучше всего разместить громоотвод, чтобы его высоту сделать наименьшей, если участок имеет форму: а) круга; б) прямоугольного треугольника; в) равностороннего треугольника; г) разностороннего треугольника; д) прямоугольника; е) квадрата.

 20. Садовник разбил красивую круглую клумбу. На ней, в частности, посадил маргаритки, которые образовали стороны вписанного четырехугольника. У него остались еще цветы, и он продолжил стороны четырёхугольника до их пересечения и посадил также цветы по биссектрисам углов, образованных продолжениями этих сторон. Ему показалось, что эти биссектрисы перпендикулярны и соответственно параллельны биссектрисам углов, образованных диагоналями того же четырёхугольника. Верно ли предположение садовника?

***Подобие***

21. На рисунке 25 изображен прибор – *дальнометр*, где *AL* – линейка со шкалой, *PQ* – подвижная планка. Как можно найти с помощью этого прибора расстояние, например, *AK*, зная расстояние между объектами *B* и *C*?



22. По данному рисунку 26 объясните, как определяется высота *H* дерева. При этом используется шест, на рисунке он обозначен *CD*. Чему равна высота *H*, если *h*, *S*, *a*, *b* известны?

 

23. Как определить высоту дерева по его тени в солнечный день?

24. Изображение дерева на фотопленке имеет высоту 15 мм. Найдите высоту дерева, если расстояния от объектива фотоаппарата до изображения и до дерева равны соответственно 50 мм и 60 м (рис. 27).



25. На географической карте три населенных пункта расположены друг от друга на расстояниях 6 см, 5 см и 4,5 см. Наибольшее расстояние равно в действительности 15 км. Найдите масштаб карты и действительное наименьшее расстояние.

26. Используя данные, приведенные на рисунке 28, найдите высоту мачты *AB*.



27.Используя данные, приведенные на рисунке 29, найдите ширину *AB* реки.



28. Используя данные, приведенные на рисунке 30, найдите ширину *AB* озера.



29. Человек ростом 1,7 м стоит на расстоянии 8 шагов от столба, на котором висит фонарь (рис. 31). Тень человека равна четырем шагам. На какой высоте расположен фонарь?



30. Объясните по рисунку 32, как измерить глубину обрыва, стоя на его краю и имея небольшую палку: *A* – уровень глаз стоящего человека, *B* - уровень обрыва и уровень глаз лежащего человека, *CD* и *EF* – длины частей палки, *K* – камень на дне.

******

***Тригонометрические функции острого угла***

31. Горная железная дорога поднимается на 1 м на каждые 30 м пути. Найдите угол подъёма.

32. На каком расстоянии друг от друга следует копать ямки для посадки деревьев по склону холма, наклоненному к горизонту под углом , если расстояние между двумя деревьями на ровной горизонтальной поверхности равно *a* м?

33. Ширина каждой ступеньки (называется *проступь*) лестницы равна *b* см. Найдите высоту ступеньки, если угол подъема лестницы равен .

34. Используя теорему косинусов, определите расстояние между пунктами *M* и *N*, между которыми расположен пруд (рис. 33).



35. Используя теорему синусов, предложите способ определения расстояния между двумя пунктами (*R* и *S*), которые находятся на разных берегах реки.

36. На рисунке 34 показано, как определяли расстояние между двумя недоступными объектами *E* и *F*, находящимися на другом берегу реки. Объясните предложенный способ определения *EF*.



37. Длина маятника равна *l* м, высота его подъема (от вертикального положения) при отклонении на угол равна *h* м. Найдите расстояние от конца маятника при данном отклонении от вертикальной прямой до его первоначального спокойного состояния.

38. На рисунке 35 угол *AOB* – *угол места цели* (это угол между горизонтом и прямой, соединяющей орудие с целью). Найдите его при стрельбе по цели, которая находится выше уровня орудия на 75 м, учитывая, что расстояние от орудия до цели по карте масштаба 1:10000 равно 37,5 см.



39. На стрельбище спортсмены выстраиваются параллельно стрелковому стенду на расстоянии 500 м от него. Определите длину участка, который находится под обстрелом, если расстояние между первым и последним участниками соревнования равно 100 м и дальность полета пули равна 2,9 км.

40. К одной материальной точке *M* под углом 60 друг к другу приложены две силы *P*1=100 кг и *P*2=200 кг. Найдите величину равнодействующей *R* и углы, которые она составляет с *P*1 и *P*2.

***Площадь многоугольника***

41. Найдите площадь участка, план которого приведен на рисунке 36. (Размеры даны в метрах.) Выразите площадь в: а) арах; б) гектарах.



42. Площадь земельного участка, имеющего форму прямоугольника, равна 9 га, ширина равна 150 м. Найдите длину этого участка.

43. Пол в танцевальном зале имеет форму прямоугольника размером 8 м x 15 м. Его требуется покрыть паркетной плиткой. Сколько нужно подготовить квадратных плиток, размером 50 см x 50 см, если на обрезки и пригонку затрачивается 2% площади всех плиток.

44. Вычислите давление, которое оказывает прибор весом 7,65 т на 1 см2 своего фундамента, имеющего форму равностороннего треугольника со стороной 3 м.

45. На рисунке 37 изображен поперечный профиль дороги. Вычислите его площадь, если ширина полотна дороги *a* = 7,5 м, *h* – стрела подъема полотна над насыпью составляет 2% ширины полотна, откосы наклонены к линии горизонта под углом 45 и высота насыпи *H* = 1,5 м.



46. Земельный участок треугольной формы, назовем его *MNK*, площади 5 га нужно разделить межой *MX* на две части так, чтобы площадь *MXK* составила 1,5 га. Найдите длину *KX*, если *KN* = 40 м.

47. Земельный участок имеет форму треугольника. Как разделить его на три равновеликих участка таким образом, чтобы в каждом было по одной стороне треугольника?

48. Найдите наиболее простой способ деления поля, имеющего форму параллелограмма на: а) две; б) четыре равновеликие части прямыми, выходящими из одной вершины.

49. Как через точку внутри квадратной поляны провести прямую тропинку так, чтобы она отсекла участок наименьшей площади.

50. На куске фанеры, имеющей форму параллелограмма, сделали разметку, как показано на рисунке 38, где *KL* || *AB* и *MN* || *BC*, и выпилили четырехугольники *AMPK* и *PLCN*. Равновелики ли эти четырёхугольники? Зависит ли равновеликость от выбора точки *P* на диагонали *BD*?



51. Найдите площадь поперечного сечения ромбовидных напильников, диагонали которых равны: а) 1,3 см и 36 мм; б) 2,1 мм и 2,7 см.

52. Какие измерения нужно произвести, чтобы найти площадь вырезанной из квадратного листа фанеры рамки, имеющей форму: а) восьмиугольника (рис. 39, а); б) греческого креста (рис. 39, б); в) восьмиугольника (рис. 39, в). (Каждая сторона квадрата разделена на три равные части.) Найдите площадь рамки, если взят единичный квадрат.



53. Детская площадка квадратной формы огорожена забором, закрепленном с помощью четырех столбов, находящихся в вершинах квадрата. Как увеличить площадь в два раза, чтобы новая площадка тоже имела форму квадрата, и столбы остались по ее периметру.

54. Из листа цветной бумаги прямоугольной формы (рис. 40, *AE* || *CF*) вырезали два треугольника. Найдите процент оставшейся от листа площади, если *DC* = 20 см, *AF* = 2,2 см.



55. Из листа фанеры прямоугольной формы размером 220 см x 160 см необходимо вырезать заготовки в виде равнобедренных трапеций с основаниями 20 см, 60 см и углом 45. Сколько заготовок получится из данной фанеры? Определите процент неизрасходованной площади.

56. Найдите площадь клумбы, имеющей форму трапеции, если одна из её боковых сторон равна 8 м, угол 30 и известно, что вокруг нее можно описать окружность и в неё можно вписать окружность.

57. Пол кухни размера 3 м x 3 м нужно застелить линолеумом, состоящим из плиток формы: а) правильных восьмиугольников и квадратов; б) правильных шестиугольников. Сколько потребуется плиток, если их стороны равны 15 см?

58. Как разделить участок, имеющий форму выпуклого четырёхугольника на две равновеликие части межой, проведенной через одну из его вершин?

59. Сколько потребуется краски, чтобы выкрасить с двух сторон железный щит в виде прямоугольного треугольника, если гипотенуза треугольника равна 5 м, разность катетов равна 3 м и на 5 см2 расходуется 1,8 г краски.

60. Внутри участка, имеющего форму правильного шестиугольника, решили посадить цветы в виде клумбы, также имеющей форму шестиугольника и образованной меньшими диагоналями внешнего шестиугольника. Найдите площадь клумбы, если площадь участка равна 8,4 м2.

**ОТВЕТЫ**

***Самостоятельные работы***

**1**

Вариант 1. **2.** 2 стороны по 7 см и 2 стороны по 39 см. **3.** 2 угла по 108, 2 угла по 72. **4.** 2 стороны по 15 см и 2 стороны по 25 см. **5.** 5 см, 23 см. **6.** *Указание*. Сначала нужно построить треугольник по трем сторонам, равным *a*, *b* и 2*mc*.

Вариант 2. **2.** 2 стороны по 16 см и 2 стороны по 20 см. **3.** *BCD* = 108, *ADB* =38. **4.** 2 стороны по 12 см и 2 стороны по 36 см. **5.** 2 стороны по 11 см и две стороны по 30 см.

**2**

Вариант 1. **1.** Да. **2.** Да. **6.** *Указание*. Сначала постройте треугольник *ABM* по двум сторонам *AB = a*, *AM = b+d* и данному углу  между ними; *H* – середина *BM*, *HDBM*, *DAM*; *A*, *B*, *D* – вершины искомого параллелограмма, осталось найти вершину *C*.

Вариант 2. **1.** Да. **2.** Да. **6.** *Указание*. Сначала постройте треугольник *BDM* по двум сторонам *BM =*, *BD = d* и данному углу  между ними; *K* – середина *MD*, *KADM*, *ABM*; *A*, *B*, *D* – вершины искомого параллелограмма, осталось найти вершину *C*.

**3**

Вариант 1. **2.** Два угла по 60 и два угла по 120. **4.** 48 см. **6.** *Указание*. Сначала постройте прямоугольный треугольник по двум катетам *a* и *d-b*.

Вариант 2. **1.** 30, 60. **2.** 30, 60. **4.** 2 угла по 80и 2 угла по 100. **6.** *Указание*. Сначала постройте прямоугольный треугольник по двум катетам *a* и *b+d*.

**4**

Вариант 1. **1.** 9 см. **2.** 90, 45, 45. **3.** 96 см; 28 см, 32 см, 36 см. **4.** Ромб, 120 см.

Вариант 2. **1.** 90 см. **2.** Равносторонний. **3.** 36 см; 9 см, 12 см, 15 см. **4.** Прямоугольник, 43 см.

**5**

Вариант 1. **1.** 147, 109. **2.** 44 см. **3.** Равнобедренная; 80, 80, 100, 100. **4.** Ромб. **6.** *Указание*. Строим отрезок *a* и проводим параллельную ему прямую на расстоянии *h* от него.

Вариант 2. **1.** 73, 136. **2.** 16 см. **3.** Равнобедренная; 60, 60, 120, 120. **4.** Параллелограмм. **6.** *Указание*. Строим треугольник по стороне *a-b* (*a>b*) и двум прилежащим к ней данным углам.

**6**

Вариант 1. **1.** а) Да; б), в) нет. **5.** Возьмем любой данный отрезок, например, прямой, перпендикулярной данным прямым, и разделим его в данном отношении; через точку деления проведем прямую, параллельную данным; построенная прямая будет искомым ГМТ. **6.** Строим прямоугольный треугольник *CDH* (по катету *DH = h* и острому углу , если <90), или острому углу 180- , если >90; находим *CD* и *DE = kCD*; строим окружность (*D*; *DE*); *E* – точка пересечения проведенной окружности и прямой *CH*; треугольник *CDE* - искомый.

Вариант 2. **1.** а), в) Да; б) нет. **5.** Возьмем любой данный отрезок, разделим его в данном отношении; через точку деления проведем луч с началом в вершине данного угла; построенный луч будет искомым ГМТ. **6.** Строим угол *L*, равный , на его сторонах откладываем отрезки *LK*1 = *m* и *LM*1 = *k*; находим *K*1*M*1 = *l*; находим *m* : *l* : *k* и *mx+lx+kx=p*, определяем отрезки *LK* и *LM* и откладываем их на соответствующих сторонах угла *L*; треугольник *KLM* – искомый.

**7**

Вариант 1. **1.** а) 45; б) 72; в) 54. **2.** а) 160; б) 103; в) 160. **3.** 25; 65; 90.

Вариант 2. **1.** а) 36; б) 40; в) 36. **2.** а) 140; б) 131; в) 130. **3.** 3130’, 5830’, 90.

**8**

Вариант 1. **1.** 12,5 см. **2.** 72 см. **3.** 24 см. **6.** Строим *A*= , на одной из его сторон откладываем *AB = a*, находим точку *H* – середину *AB*, через *H* проводим серединный перпендикуляр к отрезку *AB*; проводим окружность (*B*; *R*); находим *O* – точку пересечения проведенной окружности и серединного перпендикуляра, причем точка *O* принадлежит той же полуплоскости относительно прямой *AB*, что и вторая сторона угла *A*; теперь проводим окружность (*O*; *R*) и находим *D* – точку ее пересечения со второй стороной угла; далее проводим окружность (*D*; *c*); точка *C* определяется как точка пересечения окружностей (*O*; *R*) и (*D*; *c*); *ABCD* – искомый четырехугольник.

Вариант 2. **1.** 18 см. **2.** 5 см. **3.** 4 см. **4.** 24 см и 24 см. **6.** Строим *C* = , на одной из его сторон откладываем *CB = b*, находим точку *H* – середину *BC*, через *H* проводим серединный перпендикуляр к отрезку *BC*; проводим окружность (*B*; *R*); находим *O* – точку пересечения проведенной окружности и серединного перпендикуляра, причем точка *O* принадлежит той же полуплоскости относительно прямой *BC*, что и вторая сторона угла *C*; теперь проводим окружность (*O*; *R*) и находим *D* – точку ее пересечения со второй стороной угла; далее проводим окружность (*B*; *a*); точка *A* определяется как точка пересечения окружностей (*O*; *R*) и (*B*; *a*); *ABCD* – искомый четырехугольник.

**9**

Вариант 1. **1.** 6 см. **2.** 8 см. **3.** 6 см, 2(-1) см. **4.** 5 см. **5.** Прямоугольник, 30. **6.** Строим прямоугольный треугольник *BHC* по гипотенузе *BC = a* и катету *CH = h*; строим биссектрису угла *B* и проводим прямую, параллельную прямой *BC* и отстоящую от нее на расстоянии *r*, причем проводим ее в полуплоскости относительно прямой *BC*, которой принадлежит точка *H*; назовем *O* – точку пересечения проведенных биссектрисы и прямой; точка *O* – центр окружности, вписанной в искомый треугольник *ABC*; проведем вписанную в треугольник окружность (*O*; *r*); из точки *C* проведем касательную к окружности; *A* – точка пересечения этой касательной и прямой *BH*; *ABC* – искомый треугольник.

Вариант 2. **1.** В 2 раза. **2.** 2,25 см. **3.** 1 см. **4.** 18 см. **5.** Прямоугольник; 40, 40, 140, 140. **6.** Строим *A* = ; проводим внутри него прямые, параллельные его сторонам и отстоящие от них на расстоянии *r*; назовем *O* – точку пересечения проведенных прямых; точка *O* – центр окружности, вписанной в искомый треугольник *ABC*; проведем вписанную в треугольник окружность (*O*; *r*); на одной из сторон угла откладываем *AC = b*; из точки *C* проведем касательную к окружности; *B* – точка пересечения этой касательной и другой стороны угла *A*; *ABC* – искомый треугольник.

**10**

Вариант 1. **1.** Нет. **2.** 60. **3.** 68. **5.** Проводим отрезок *AM*, на его продолжении откладываем отрезок *MA*1 = *AM*, *AA*1 – медиана искомого треугольника; проводим через *A*1 прямую *a*, перпендикулярную *A*1*O*; *B*, *C* – точки пересечения окружности (*O*; *OA*) с прямой *a*; треугольник *ABC* - искомый. **6.** *Указание*. Пусть нужно доказать, что в треугольнике *ABC AH* = 2*OP*, где *H* – ортоцентр треугольника, *O* – центр окружности, описанной около него, *P* – середина *AC*. Рассмотрите треугольники *ABH* и *POK*, где *K* – середина *AC*.

Вариант 2. **1.** Да. **2.** 60. **3.** 72, 72, 36. **5.** Проводим окружность (*O*; *OB*) и через точку *B*1 проводим прямую *bOB*1, *A*, *C* – точки пересечения окружности и прямой *b*; треугольник *ABC* - искомый. **6.** *Указание*. Пусть нужно доказать, что в треугольнике *ABC HD* = *DP*, где *H* – ортоцентр треугольника, *D* – середина *BC*, *AP* – диаметр. Рассмотрите параллелограмм *BHCP*.

**11**

 Вариант 1. **1.** 2,5 см; 5 см; 3,5 см. **2.** Да. **3.** *GHLGNM*;*GHLNHK*; *NHKGNM***. 4.** 102,2 дм. **5.** 5 см. **6.** Строим *A* = и на его сторонах откладываем отрезки *AB*’ = *m* и *AC*’ = *n*; находим *B*’*C*’ = *a*’, *a:a*’ = *k*, тогда *AB = mk*, *AC = nk*; откладываем на сторонах угла *A* соответствующие отрезки *AB* и *AC*; *ABC* – искомый треугольник.

 Вариант 2. **1.** 3 см; 2 см; 4,5 см. **2.** Да. **3.** *KLGMLH*;*KLGMNP*; *KLGKNQ*; *MLHMNP*; *MLHKNQ*; *MNPKNQ*. **4.** 30,6 дм; 45,9 дм; 61,2 дм. **5.** Ромб, 8 см. **6.** Строим *C*=90 и на его сторонах откладываем отрезки *CA*’=*b* и *CB*’=*a*; находим *A*’*B*’=*c*’, *c:c*’=*k*, тогда *CA = bk*, *CB = ak*; откладываем на сторонах угла *C* соответствующие отрезки *CA* и *CB*; *ABC* – искомый треугольник.

**12**

 Вариант 1. **1.** а) Да; б) нет. **2.** а) *DEFLMK* (по углам); б) *RSOPSR* **(**подвум пропорциональным сторонам и углу между ними). **4.** 18 см. **5.** 18 см, 24 см. **6.** Дан треугольник *ABC*, *AM* – его медиана, *CD* – произвольный отрезок (рис. 41); проведем *MF||DC*, где точка *F* принадлежит стороне *AB*; тогда *ADEAFM* и , но 2*DF* = *BD* (*FM* – средняя линия треугольника *BCD*), следовательно, или *AEBD=*2*ADEM*.

 

 Вариант 2. **1.** а), б) Да. **2.** а) *ABCAGH* (по углам); б) *MLNKLM* **(**подвум пропорциональным сторонам и углу между ними). **4.** 4 м, 8 м, 4 м, 8 м. **5.** 12 см, 6 см. **6.** В треугольнике *ABC* *DE||BC* (рис. 42): 1) *BMLEMK* (по углам), ; 2) *ALCAKE* (по углам), ; 3) *ABCADE* (по углам), ; 4) *BMCEMD* (по углам), . Таким образом, , из 1) и 2) следует, что , т. е. *BL = CL*.

**13**

 Вариант 1. **1.** 13 см. **2.** . **3.** 4,8 см; 6,4 см. **4.** 42,5 см. **5.** Берем отрезок, равный *a + b*, и на нем, как на диаметре, строим полуокружность (рис. 43), из точки *H* (*AH = a*, *BH = b*) восстанавливаем перпендикуляр к *AB* и продолжаем его до пересечения с полуокружностью в точке *C*, отрезок *CH* – искомый. **6.** *LMKLKN*.



Вариант 2. **1.** . **2.** 12,5 см. **3.** 4(2+) см. **4.** 61см. **5.** Гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами 2 и равна , - диагональ единичного квадрата.

**14**

 Вариант 1. **3.** *BC* = *a*, *BD = a*sin, *AD = CD = a*cos, *AC* = 2*a*cos, *DH = DP = a*sincos, *AH = CP = a*cos2, *BH = BP = a*(1- cos2) = *a*sin2. **4.** а), б) *AC=BC*; в) *BC<AC*; г) *BC>AC*. **5.** . **6.**

 Вариант 2. **3.** *AB =*, *BC = b*tg , *CH* = *b*sin , *AH = b*cos , *BH = b*tgsin , *AM = BM = CM =*, *HM* = ,  *MP =* , *BP = CP* = tg . **4.** а), б) *AC = BC*; в) *AC>BC*; г) *AC<BC*. **5.** . **6.** .

**15**

 Вариант 1. **1.** sin *M* = , tg *M* =, ctg *M* =. **3.** а) sin2; б) 1- cos . **5.** а) 45; б) 30.

 Вариант 2. **1.** cos *E* = , tg *E* = , ctg *E* = . **3.** а) cos2; б) -(1+ sin ). **5.** а) 60; б) 45.

**16**

Вариант 1. **1.** а) 2sin2 - 1; б) . **3.** sin 120= ; cos 120=-; tg 120= -; ctg 120=-. **4.** sin 60= sin(90-30) = cos 30= , cos 60= sin (90-30) = sin 30=, tg 60= tg (90- 30) = ctg 30=, ctg 60= ctg (90- 30) = tg 30= . **5.** -2ctg . **6.** -.

Вариант 2. **1.** а) 1 - 2cos2 ; б) . **3.** sin 150= ; cos 150= -; tg 150= -; ctg 150= -. **4.** sin 135= sin (180- 45) = sin 45=, cos 135= cos (180- 45) = -cos 45= -, tg 135= -1, ctg 135= -1. **5.** 2(cos –ctg ). **6.** ; -.

**17**

Вариант 1. **1.** 209 см2 . **2**. 16 см. **3.** 18 дм, 8 дм. **6\*.** *h*2.

Вариант 2.. **1.** 85 см2. **2.** 20 см. **3.** 100 м. **6\*.** Сторона искомого квадрата равна диагонали данного квадрата.

**18**

Вариант 1. **1.** 66 см2. **2.** 12 см. **3.** 81 дм2. **4.** . **5\*.** Параллелограммы. **6\*.** 216 см2.

Вариант 2. **1.** см2. **2.** 30, 30, 150, 150. **3.** 32 дм. **4.** . **5\*.** Параллелограммы. **6\*.** 4*Q*.

**19**

Вариант 1. **1.** 3 дм2. **2.** . **3.** а) Нет; б), в) да. **4.** Две прямые, параллельные прямой *AB*, отстоящие от нее на расстояние *h*. **5\*.** Решение представлено на рисунке 31. **6\*. ** см2.

Вариант 2. **1.** см2. **2.** . **3.** а), б) Да; в) нет. **5\*.** Решение представлено на рисунке 32. **6\*.** см2.

**20**

Вариант 1. **1.** 8,5 см. **3.** 20 см2. **5\*.**  **6\*.** .

Вариант 2. **1.** 4 см. **3.** 19,5 см2. **5\*.** *KE*. **6\*.** .

**21**

Вариант 1. **1.** 2*R*2. **2.** . **3.** 48 см. **4.** 38,25 см2. **5\*.** . **6\*.** Решение представлено на рисунке 44.

 

Вариант 2. **1.** 4*r*2. **2.** . **3.** 20. **4.** 182,25см2. **5\*.** . **6\*.** Решение представлено на рисунке 45.

**22**

Вариант 1. **1.** Разрезать по медиане. **2.** Разрезать по медианам. **3.** Решение показано на рисунке 46.



**4.** Решение показано на рисунке 47.



**5\*.** Решение показано на рисунке 48.



Вариант 2. **1.** Разрезать по прямым, проходящим через вершину треугольника и делящим противоположную сторону на три равные части. **3.** Решение показано на рисунке 49.



**4.** Решение показано на рисунке 50.



**5\*.** Решение показано на рисунке 51.



***Контрольные работы***

**№ 1**

**Вариант 1.** **1.** 2 см. **2.** 5 см. **3.** 10. **4.** 1. **5.** 3 : 1.

**Вариант 2.** **1.** 10 м. **2.** 16 см. **3.** 16 см. **4.** 2 см и 4 см. **5.** 6 : 1.

**№ 2**

**Вариант 1.** **1.** 55о. **2.** 35о. **3.** 100о и 120о. **4.** 22 см.

**Вариант 2.** **1.** 65о. **2.** 30о. **3.** 60о, 80о, 120о, 100о. **4.** 6 см.

**№ 3**

**Вариант 1.** **1.** 9 см, 6 см, 12 см. **2.** , . **3.** 3,6 см, 6,4 см. **4.** 5 см.

**Вариант 2.** **1.** 2,5 см, 2 см, 3 см. **2.** 2 см. **3.** 8 см, 6 см. **4.** см.

**№ 4**

**Вариант 1.** **1.** . **2.** 1,5. **3.** . **4.** , , . **5.** 0.

**Вариант 2.** **1.** . **2.** 0,25. **3.** . **4.** , , . **5.** 0.

# **№ 5**

**Вариант 1**. **1.** см2. **2.** см2. **3.** 21 дм, 35 дм. **4.** 144 см2.

**Вариант 2**. **1.** 20,25 см2. **2.** 72 см2. **3.** , **.**  **4.** 192 см2.

***Тесты***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| НомерЗадания | Номер теста |  |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 3) | 3) | 2) | 2) | 2) | 3) |
| 2 | 3) | 4) | 3) | 4) | 1) | 3) |
| 3 | 3) | 3) | 3) | 2) | 3) | 1) |
| 4 | 1) | 4) | 2) | 1) | 3) | 4) |
| 5 | 3) | 3) | 1) | 2) | 4) | 2) |
| 6 | 2) | 4) | 3) | 2) | 1) | 3) |
| 7 | 3) | 1) | 2) | 3) | 2) | 3) |
| 8 | 3) | 1) | 4) | 3) | 1) | 3) |
| 9 | 1) | 1) | 1) | 2) | 4) | 4) |
| 10 | 2) | 3) | 3) | 2) | 2) | 1) |
| 11 | 4) | 1) | 3) | 3) | 2) | 2) |
| 12 | 3) | 4) | 4) | 3) | 4) | 2) |
| 13 | 4) | 4) | 4) | 4) | 2) | 1) |
| 14 | 2) | 3) | 2) | 4) | 3) | 3) |
| 15 | 2) | 1) | 1) | 1) | 4) | 4) |
| 16 | 2) | 1) | 2) | 4) | 2) | 2) |
| 17 | 4) | 3) | 3) | 2) | 2) | 3) |
| 18 | 2) | 3) | 4) | 3) | 1) | 4) |
| 19 | 1) | 3) | 3) | 2) | 4) | 1) |
| 20 | 3) | 2) | 1) | 2) | 1) | 4) |

***Задачи с практическим содержанием***

**2.** *XN||YM* и *XN = YM*, значит, четырехугольник *MNXY* – параллелограмм и *XY = MN*.

**3.** *O*1*STO*2 – параллелограмм, *ST||O*1*O*2 и *SO*1*||TO*2.

**4.** Провести диагонали прямоугольника, центр отверстия будет находиться в точке их пересечения.

**5.** Нужно измерить или две несмежные стороны прямоугольника – окна, или одну сторону и диагональ.

**6.** Решение показано на рисунке 52, где *ABCD* - ромб.



**7.** Пусть дан угол *AOB*. а) Прикладываем линейку к одной его стороне, например, *OB*, обводим другой край, получили прямую *a* (рис. 53,а). Аналогично, прикладываем линейку к стороне *OA* и опять обводим другой край линейки, получим прямую *b*. В пересечении получился ромб *OKLM*, диагональ *OL* которого является биссектрисой угла *O*, т. е. *AOL=BOL*. б) Прикладываем линейку к одной стороне угла, например, *OB*, обводим другой край, получили прямую *a* (рис. 53,б), которая пересечет *OA* в точке *L*. Аналогично, проведем прямую *b*, но так, чтобы прямые *a* и *b* лежали в разных полуплоскостях относительно прямой *OB*. Теперь разместим линейку таким образом, чтобы разные ее края проходили через точки *O* и *L*, получим соответственно прямые *c* и *d*, *cb=C*, *dOB=D*, *OCDL* - ромб, *OD* – его диагональ, значит, биссектриса угла *LOC*, т.е. *AOB=BOC* и, следовательно, *AOC=*2*AOB*.



**8.** а), б) Недостаточно, нужно еще перегнуть по средним линиям (отрезки, которые соединяют середины противоположных сторон).

**9.** 33 м. На рисунке 54 *AA*1, *NN*1, *BB*1 - столбы, *g* - дорога, *AD* = 18 м, *BC* = 48 м, *ABCD* – трапеция с основаниями *AD* и *BC*, *MN* – ее средняя линия, значит, *MN* = = 33 (м).



**10.** 132 м, 1320 досок.

**11.** В центре окружности, описанной около треугольника, вершинами которого являются центры просверленных отверстий.

**12.** В центре окружности, вписанной в данный треугольник.

**13.** В центре окружности, описанной около прямоугольника, т. е. в точке пересечения его диагоналей.

**14.** В центре вписанной в ромб окружности, т. е. в точке пересечения его диагоналей.

**15.** Сначала находим центр окружности, для чего строим два прямых угла с вершинами на данной окружности, проводим соответствующие диаметры, на которые опираются эти углы, центр окружности – точка пересечения проведенных диаметров. Далее проводим два перпендикулярных диаметра окружности, их концы являются вершинами искомого квадрата.

**16.** Взять три точки на ободе (окружности) бочки и измерить расстояния между ними. По трем сторонам определяется единственный треугольник и окружность, описанная около него.

**17.** В зоне опасности угол, под которым видны оба маяка, больше угла *M*1*OM*2.

**18.** Нет.

**19.** а) В центре круга, в остальных случаях б)-е) – в центре описанной окружности. Высота громоотвода равна половине радиуса соответствующей окружности.

**20.** Да.

**21.** *ABC*  *AQP*, откуда *AK* = .

**22.** Шест устанавливается на некотором расстоянии от дерева таким образом, чтобы его верхний конец *C* загораживал верхушку дерева. Тогда *a* – высота части шеста над уровнем глаз наблюдателя, *h* – его рост, *b* – расстояние от глаз наблюдателя до шеста, *S* – расстояние от дерева до наблюдателя.*AEFCGF*, откуда . Значит, *H =.*

**23.** См. рисунок 55. Поскольку солнечные лучи можно считать параллельными, то тень от дерева (*BC*) во столько же раз длиннее тени от, например, шеста (*EF*), во сколько раз дерево (*AB*) выше шеста (*DE*). Таким образом, высота дерева *AB* = .



**24.** 18 м.

**25.** 1:250000; 11,25 км.

**26.** 10 м.

**27.** 15 м.

**28.** 36 м.

**29.** 6.8 м.

**30.** 1)Встав у края обрыва и удерживая палку горизонтально, отмечают на ней точку *C*, находящуюся на одной прямой с глазом стоящего наблюдателя *A* и выделенным камнем *K* на дне обрыва. Измеряют часть палки *CD* и расстояние *AD* от глаза до конца палки. 2) Лежа на краю обрыва и удерживая палку горизонтально, отмечают на ней точку *E*, находящуюся на одной прямой с глазом лежащего человека и выделенным камнем *K* на дне обрыва. Измеряют часть палки *EF* и расстояние *BF* от глаза до конца палки. 3) Находят искомую глубину обрыва *BG*. Для этого рассматривают подобные треугольники *BEF*, *BKG* и *ACD*, *AKG*, откуда *BG* = .

**31.** sin = , 2°.

**32.** м.

**33.** *b*tg см.

**34.** Решение показано на рисунке 91, где *K* – выбранный третий пункт такой, что из него видны и доступны данные пункты *M* и *N*. Пусть *KN = m*, *KM = n* и *MKN* =, тогда по теореме косинусов *MN* =.

**35.** Выбираем третий пункт *T* (рис. 92), определяем расстояние *RT = s* и углы *T* = , *R* = . Тогда *S*=180°- . По теореме синусов получаем *SR* = .

**36.** Рассмотрели треугольники *AEB* и *AFB*, используя теорему синусов, нашли соответственно *AE* и *AF*. Затем из треугольника *AEF* по теореме косинусов определили *EF*.

**37.**  См. рисунок 93, *BH* = (*l-h*)tg , где *OA = OB = l*, *AOB* = , *AH = h*.

 

**38.** tg = 0,02, где - искомый угол.

**39.** См. рисунок 57, где *ABCD* – равнобедренная трапеция (*BC||AD*), *BC* – цепь спортсменов, *BC*=100 м, *BH AD*, *CPAD*, *BH = CP* = 500 м, *AB = CD* = 2,9 км, *AD* - искомое расстояние. *AD*=100(8+1) м.

**40.** Данная ситуация изображена на рисунке 95, где *MP*1*RP*2 - параллелограмм, у которого *MP*1 = 100, *MP*2 = 200, *M* = 60°. Нужно найти диагональ *MR* и углы *P*1*MR*, *P*2*MR*. Из треугольника *MP*1*R* по теореме косинусов, учитывая, что *MP*1*R =* 120°, находим *MR* = 100 кг. Искомые углы находим соответственно из треугольников *MP*1*R* и *MP*2*R*; sin *P*1*RM* = , sin *P*2*MR =*.

**41.** а) 22,54 а; б) 0,5184 га. 4**2.** 600 м. 4**3.** 490 плиток. 4**4.** 0,2 кг/см2. 4**5.** 14,0625 м2. **46.** 12 м. 4**7.** Найти точку пересечения медиан и соединить ее с вершинами треугольника. 4**8.** а) Провести диагональ параллелограмма; б) провести диагональ, затем в образовавшихся треугольниках – медианы. 4**9.** Если точка – центр квадрата, то решений бесконечно много – это любая прямая, проходящая через центр. В других случаях нужно провести прямую, перпендикулярную диагонали. 5**0.** Данные четырехугольники – равновеликие параллелограммы. **51.** а) 2,34 см2; б) 0,2835 см2. **52.** а) ; б), в) . **53.** Решение показано на рисунке 49. **54.** 11%. **55.** 42; 4,5%. **56.** 32 м2. **57.** а) 225 плиток; б) 154 плитки. **58.** Решение показано на рисунке 58. **59.** 28,8 кг. **60.** 2,8 м2.



**ОГЛАВЛЕНИЕ**

 Предисловие………………………………………………. 2

 § 1. Программа изучения учебного материала …………. 4

§ 2. Тематическое планирование..……..………………… 6

§ 3. Математические диктанты..……..……………………11

 § 4. Самостоятельные работы……………………………. 23

§ 5. Контрольные работы………………………………… 44

§ 6. Тесты…………………………………………………. 49

§ 7. Задачи с практическим содержанием……………… 68

Ответы…………………………………………..…………. 78